1876. ANNALEN № 7.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLVIII.

I. Experimental-Untersuchungen über die elastische Nachwirkung bei der Torsion, Ausdehnung und Biegung; von F. Kohlrausch.

Dritte Mittheilung [1]).

(Der k. Gesellschaft der Wissensch. zu Göttingen im Auszuge vorgelegt am 9. Januar 1875.)

Die Arbeit, welche ich mir erlaube, hier mitzutheilen, ist ausschliefslich experimentellen Inhalts. Ich gebe zuerst einen kleinen Nachtrag zu meinen früheren Untersuchungen über die Torsion eines Silberdrahtes. Hiernach folgt eine gröfsere Anzahl Nachwirkungen eines gedrillten oder ausgedehnten Kautschukfadens und endlich eines gebogenen Stabes aus Hartkautschuk.

Ich habe versucht, diese Beobachtungen durch die früher von mir aufgestellte Formel auszudrücken, welche alle bis dahin bekannten statischen Nachwirkungen, theilweise mit überraschender Schärfe, dargestellt hat, und habe überall eine befriedigende Uebereinstimmung gefunden. Wenn nun durch diese allseitige Anwendbarkeit die Formel eine entschiedene Bedeutung für die elastische Nachwirkung besitzt, so kann sie doch nicht den Anspruch eines Naturgesetzes erheben. Um aus diesem Grunde das Beobachtungsmaterial als experimentelle Grundlage einer wirklichen Theorie der Nachwirkung geeignet zu machen, zu welcher jetzt wohl einige Aussicht vorliegt[2]), mufs ich die

1) Vgl. diese Annalen CXIX, 350; CXXVIII, 1, 207, 399.
2) Boltzmann, diese Ann. Ergänzungsbd. VII, S. 624; Wien. Sitzungsberichte 1874, Octob. 8.

Beobachtungen mit einer gewissen Breite mittheilen, welche für die bloſse Prüfung der erwähnten Formel nicht nothwendig seyn würde.

Ich habe endlich eine wie ich glaube merkwürdige Folgerung aus dem allgemeinen Charakter der Nachwirkung durch den Versuch bestätigt, daſs nämlich, nach geeignet auf einander folgenden Deformationen entgegengesetzten Vorzeichens, in einem elastischen Körper Bewegungen der Nachwirkung zurückbleiben können, welche von selbst aus einer in die entgegengesetzte Richtung übergehen; oder mit anderen Worten, Bewegungen, welche zeitweilig die Gestalt eines Körpers von der Gleichgewichtsgestalt entfernen.

Ich werde im Folgenden überall bezeichnen als Formel I den Ausdruck

$$-\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{x}{t^n} \quad \text{oder} \quad x = C \cdot e^{-at^m},$$

wo $\alpha = am$ und $n = 1 - m$;

als Formel II die specielle Form

$$-\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{x}{t} \quad \text{oder} \quad x = \frac{c}{t^\alpha}.$$

Ferner soll immer bedeuten t die Zeit nach der einem Körper mitgetheilten Gestaltsänderung, deren Nachwirkung beobachtet wird; T die Dauer einer zeitweiligen Gestaltsänderung; als Zeiteinheit gilt die Minute. τ bedeutet die Temperatur. Durch Δ endlich soll stets dargestellt werden der Ueberschuſs einer berechneten über die entsprechende beobachtete Gröſse.

1. Nachwirkungen in einem Silberdraht nach verschieden groſsen Torsionen von je 1$^{\text{min}}$ Dauer.

Meine früheren Beobachtungen (CXXVIII, 401) hatten dahin geführt, daſs in einem Silberdrahte nach einer nicht zu groſsen Torsion φ von mäſsiger Dauer eine allmählich verschwindende Verschiebung der Ruhelage um einen

Winkel x zurückbleibt, welcher durch die Formel II darzustellen ist. Dabei wurde α nahe constant gefunden; c erwies sich (gleiche Dauer der Torsion und gleiche Temperatur vorausgesetzt) dem Winkel φ ungefähr proportional.

Die jetzt mitzutheilenden, schon 1866 an demselben Silberdraht angestellten Beobachtungen bezwecken die Prüfung, ob diese Proportionalität mit aller Schärfe stattfindet, eventuell die Feststellung der Abweichungen.

Die Absicht, bei nahe gleicher Temperatur zu beobachten, erheischte eine rasche Aufeinanderfolge der Beobachtungen, die also nicht bis zur Rückkehr des Drahtes in die Ruhelage fortgesetzt werden konnten, wozu immer Tage erfordert werden. Indessen war dieser Zeitaufwand, den ich bei der Aufsuchung des Ausdruckes für die elastische Nachwirkung niemals gescheut habe, hier nicht mehr nothwendig; man konnte sich darauf beschränken, die Aehnlichkeit des Verlaufes der Nachwirkung innerhalb entsprechender Zeiträume nach den verschieden grofsen Torsionen zu prüfen und zweitens die Gesammtbeträge der Verschiebung in dieser bestimmten Zeit zu vergleichen. Dieser Zeitraum geht im Folgenden von $\frac{1}{3}^{\text{min}}$ bis 10^{min}, und y *bedeutet den Weg von der Zeit* t *bis zu* 10^{min}. Die Wege von 10^{min} bis 20^{min} sind für die meisten Reihen auch verzeichnet (Tab. I), entstammen aber einer geringeren Anzahl von Beobachtungen als die früheren Zahlen. Der noch übrige, nicht beobachtete Rest der Nachwirkung beträgt nur etwa ein Viertel des beobachteten Theiles.

Jeder Torsionswinkel wurde mehrmals beobachtet; die entsprechenden y (welche übrigens sehr nahe übereinstimmten) und die Temperaturen wurden zum arithmetischen Mittel zusammengefafst. Im Ganzen liegen der folgenden Tabelle 31 Beobachtungsreihen zu Grunde. Sie umfafsten etwa 1 Woche, und der Zeitraum zwischen je zweien war hinreichend grofs, dafs innerhalb 10 Minuten keine in Betracht kommende Bewegung des Drahtes von der vorigen Nachwirkung vorhanden war. Der Draht war bereits lange

in Benutzung, so dafs die gesammte Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze nach den 31 Torsionen von zusammen etwa 5000° sich auf höchstens 0°,5 belief.

Die folgende Tabelle I zeigt zunächst, in welchem Maafse die einzelnen Nachwirkungen ähnlich verlaufen. Fügt man zu jedem y das nebenstehende Δ, so erhält man genau ähnliche Reihen.

Tabelle I.

Torsionen des Silberdrahts von je einer Minute Dauer.

t	$\varphi = 19°$		$\varphi = 29°$		$\varphi = 44°$		$\varphi = 90°$		$\varphi = 135°$	
	y	Δ	y	Δ	y	Δ	y	Δ	y	Δ
min 0,33	1,77	−0,04	2,70	−0,08	4,05	−0,03	8,44	−0,07	12,63	−0,04
0,5	1,38	+0,05	2,17	−0,01	3,31	±	7,02	−0,11	10,43	−0,04
1	0,97	−0,01	1,45	+0,01	2,25	−0,01	4,65	+0,02	7,06	−0,03
2	0,57	+0,01	0,83	+0,05	1,29	+0,06	2,71	+0,10	4,18	+0,05
5	0,21	−0,01	0,27	+0,04	0,43	+0,04	0,93	+0,05	1,43	+0,05
20 min			0,3	−0,1	0,5	−0,1	0,8	±	1,0	+0,2

t	$\varphi = 180°$			$\varphi = 234°$		$\varphi = 269°$		$\varphi = 340°$	
	y	Δ	Δ' [1]	y	Δ	y	Δ	y	Δ
min 0,33	17,21	−0,05	+0,45	23,93	+0,03	28,42	+0,06	37,52	+0,23
0,5	14,18	−0,02	−0,03	19,80	−0,03	23,45	+0,05	30,97	+0,18
1	9,56	+0,02	−0,26	13,33	+0,04	15,90	±	21,12	−0,05
2	5,72	+0,04	−0,13	8,10	−0,05	9,65	−0,08	12,87	−0,19
5	2,00	+0,01	−0,01	2,80	+0,01	3,37	−0,03	4,60	−0,17
min 20	1,4	+0,2	+0,1	2,1	+0,1	2,6	±	3,6	−0,2

Die Abweichungen von der Aehnlichkeit übersteigen selten 0,1 Scalentheile. Man findet also eine Bestätigung des früher Gesagten (CXXVIII, 402), dafs *die Curven der Nachwirkung nach Torsionen von verschiedener Gröfse bei dem Silberdraht sehr nahe ähnlich sind.* Trotz dem kleinen Betrage zeigen die Differenzen indessen eine Regelmäfsig-

1) Δ' bei $\varphi = 180°$ gilt für die Rechnung nach Formel II mit $c = 15,75$ und $\alpha = 0,387$. Vgl. CXXVIII, S. 218 ff.

keit des Vorzeichens, welche anzudeuten scheint, dafs die Nachwirkungen nach gröfseren Torsionen verhältnifsmäfsig ein *wenig* langsamer verschwinden.

Wir stellen zweitens die Frage, wie der Gesammtweg y_0 zwischen $t = 0{,}33$ und 10^{min} von dem vorausgegangenen Torsionswinkel abhängt. Zu diesem Zweck reduciren wir zuerst die Beobachtungen, welche bei nicht ganz gleichen Temperaturen (Tab. II) angestellt worden waren, auf ihre Mitteltemperatur $19^{\circ}{,}3$, nach der in dem früheren Aufsatze gefundenen Regel (CXXVIII, 220). Die reducirten Werthe sind in der vorletzten Spalte von Tab. II enthalten.

Es ist früher schon bemerkt worden, dafs ungefähr Proportionalität zwischen der Nachwirkung und dem Torsionswinkel herrscht. Die jetzigen genaueren Beobachtungen erlauben zu constatiren, dafs y_0 ein wenig beschleunigt wächst [1]). In einem quadratischen Ausdruck findet sich jetzt

$$y_0 = 0{,}08501 \,.\, \varphi + 0{,}0000728 \,.\, \varphi^2,$$

und zwar mit einer Uebereinstimmung zwischen beobachteten und berechneten y_0, auf welche ich, als auf einen Prüfstein der Beobachtungen, besonders hinweisen möchte.

Tabelle II.

Anzahl der Beob.	φ	Temp.	y_0	y_0 bei $19^{\circ}{,}3$	Δ
4	19°	19°,25	1,77	1,77	−0,12
2	29	19,27	2,70	2,70	−0,17
2	44	19,50	4,05	4,03	−0,15
4	90	19,38	8,44	8,42	−0,18
4	135	19,19	12,63	12,66	+0,15
4	180	18,89	17,21	17,38	+0,28
3	234	19,12	23,93	24,03	−0,15
4	269	19,67	28,42	28,16	−0,02
4	340	19,55	37,52	37,29	+0,04

1) Auch in den früheren Beobachtungen (CXXVIII, 402 und Taf. IV, Fig. 4) spricht sich die Beschleunigung aus, man konnte aber damals nicht sicher sein, ob sie nicht aus Ungleichheiten der Temperatur entsprang.

Die y_0 sind hier in Scalentheilen gegeben, deren Bogenwerth $0^\circ,01177$ betrug. Führen wir den Bogengrad als Einheit ein, so erhalten wir *den Winkel x, welchen das Ende des* 125^{mm} *langen Silberdrahtes von* $0^{mm},092$ *Dicke*[1]) *nach einer* 1^{min} *dauernden Torsion von* φ^0 *vermöge der elastischen Nachwirkung in dem Zeitraum* $\frac{1}{3}$ *bis* 10^{min} *nach Aufhebung der Torsion zurücklegt* bei $19^\circ,3$

$$x = 0,001001 \,.\, \varphi + 0,000000857 \,.\, \varphi_2.$$

Modificiren wir hiernach den Ausdruck, welcher (CXXVIII, S. 405) für unseren Draht nach einer Torsion von φ^0 und der Dauer T^{min} bei der Temperatur τ den Winkel x der Nachwirkung zur Zeit t^{min} nach Aufhebung der Torsion darstellt, so wird

$$x = \frac{1}{t^{0,39}} \left(0,0000219 \,.\, \varphi + 0,0000000187 \,.\, \varphi^2\right) T^{0,59} (\tau + 21,5).$$

Bis $\varphi = 360^\circ$, $T = 3^{min}$ und für τ von 0 bis 25° kann dieser Ausdruck als Darstellung der elastischen Nachwirkung für unseren Draht bis auf einige Procent Unsicherheit angesehen werden, selbstverständlich mit Ausschlufs von $t = 0$ und den allerersten Secunden.

2. Nachwirkung nach der Torsion eines Kautschukfadens.

Der Kautschuk ist wegen seiner Veränderlichkeit nicht sehr geeignet für die langwierigen Untersuchungen der elastischen Nachwirkung. Auf der anderen Seite bietet er durch die Gröfse seiner elastischen Form-Aenderungen auch Vortheile und gewinnt Interesse dadurch, dafs er, wie der von Weber untersuchte Cocon, einen enormen Bruchtheil der ganzen Verschiebung als Nachwirkung auftreten läfst.

Für mich lag eine besondere Veranlassung, den Kautschuk zu untersuchen, in der ersten Mittheilung Neesen's[2]), wonach dieses Material bei der Nachwirkung andere Gesetze zu befolgen schien, als der Cocon nach Weber und Glas, Messing und Silber nach meinen eigenen Beobach-

1) CXXVIII, S. 207 soll es heifsen: der Halbmesser (anstatt die Dicke) beträgt $0^{mm},046$.

2) Neesen, Berl. Mon.-Ber. 1874, 142.

tungen. Nachdem ich aus den seither ausführlich veröffentlichten Beobachtungen Neesen's den Nachweis geführt habe (CLV, 579), dafs sehr wohl eine Uebereinstimmung zwischen seinen und den übrigen Beobachtungen herzustellen ist, mufs ich beinahe bedauern, der Torsion des Kautschuks selbst noch eine ausführliche Untersuchung gewidmet zu haben; denn die Resultate entsprechen nicht ganz der aufgewandten Mühe.

Es zeigt sich eben, wie zu erwarten war, die Hauptschwierigkeit bei den Beobachtungen über die Nachwirkung, nämlich die schliefsliche Gleichgewichtsgestalt festzustellen, bei dem Kautschuk in verstärktem Maafsstabe. Ueberschreitungen der Elasticitätsgrenze waren viel schwieriger zu vermeiden als bei den Metallen. Aber auch hiervon abgesehen war die Ruhelage meistens langsamen Aenderungen unterworfen, die theilweise jedenfalls mit den Schwankungen der Temperatur zusammenhängen, theilweise aber auch mit Ursachen, die ich nicht aufdecken konnte. Wahrscheinlich gehörte zu den Letzteren eine Veränderung des Materials mit der Zeit, eine Umlagerung der Theilchen, die ja bei den Kautschukwaaren, besonders wenn sie unbenutzt sind, eine bekannte lästige Eigenschaft bildet.

Die mir zu Gebote stehenden runden Kautschukfäden erwiesen sich bei näherer Besichtigung zusammengerollt. Ich habe deswegen den in Spielwaarenläden käuflichen Faden mit nahe quadratischem Querschnitt benutzt, welcher vermuthlich aus dünnen Platten geschnitten wird. Die Seite des Quadrats betrug $0^{mm},9$; da 1^{mm} des Fadens $0^{mgr},98$ wog, so war das specifische Gewicht $= 1,2$.

Es wurden zwei, äufserlich gleiche Exemplare untersucht, die ich durch I und II bezeichnen will. Die freie *Länge* der Fäden, in dem früher beschriebenen Torsionsapparat geeignet befestigt (CXXVIII, Taf. 4, Fig. 1), betrug 178^{mm}. Das Gewicht des angekitteten Spiegels nebst Halter aus Aluminiumdraht betrug am Faden I 6130^{mgr}, an II nur 3450^{mgr}. In Folge des verschiedenen Trägheitsmomentes waren die *Schwingungsdauern* (4,8 bez. 2,6 Sec.)

und die *Dämpfungen* durch die Viscosität des Fadens von verschiedener Gröfse. Das Verhältnifs auf einander folgender Schwingungsbögen betrug 1,18 für I und 1,31 für II. Letzterer Faden erlaubte defswegen schon 30^{sec} nach vorgenommener Drehung eine Beobachtung, und nach 40^{sec} waren jedenfalls keine merklichen Schwingungen mehr vorhanden. Bei I dagegen dauerten die Schwingungen einige Minuten lang, wefswegen man hier anfangs die Ruhelage aus den Umkehrpunkten des schwingenden Drahtes bestimmte.

Der *Abstand der Scale vom Spiegel* betrug für den Faden I 1170 Scalenth. (1 Scalenth. $= 0^{\circ},0245$), für II 1400 Scalenth. (1 Scalenth. $= 0^{\circ},0206$). Wo nicht anderes bemerkt wird, sind die Winkel der Nachwirkung in Scalentheilen ausgedrückt, nach Correction der Ablesungen auf Gröfsen, welche den Bogen proportional sind.

Torsionen von kurzer Dauer.

Die folgenden sechs Beobachtungsreihen wurden mit einer gemeinsamen Torsionsdauer $T = 0^{min},5$ an dem Faden II ausgeführt. Zwischen den aufeinanderfolgenden Versuchen lagen stets Zeiträume von einem bis mehreren Tagen, so dafs man den Verlauf einer jeden Nachwirkung als unbeeinflufst von den früheren Versuchen ansehen kann.

Trotzdem ist es unthunlich, die Endeinstellungen des Spiegels aus der Beobachtung zu ermitteln, weil sich die Ruhelage fast immer im Laufe der Zeit änderte, auch wenn der Faden tagelang unbenutzt gewesen war. Diese Zufälligkeiten von der, schliefslich auch sehr langsam verlaufenden Nachwirkung zu trennen, ist unmöglich, so lange man der ersteren Grund nicht kennt (vgl. die Anmerkung).

Ich beschränke mich defswegen darauf, die erste Stunde der Rechnung zu unterwerfen und einige spätere Beobachtungen ohne Anspruch auf Reinheit beizufügen. Die erste Ablesung ($t = 0^{min},5$) macht auf Exactheit keinen Anspruch, weil damals meistens noch geringe Schwingungen des Spiegels vorhanden waren.

Man wird finden, dafs die Formel $x = \frac{c}{t^a}$ die Beobachtung genügend darstellt. Die jedesmalige Endeinstellung ist so angenommen worden, wie sie dieser Formel, aus je einigen Drillingen von Beobachtungen berechnet, am besten entspricht [1]). Dann berechnete man α aus einigen Beobachtungspaaren und bestimmte endlich c so, dafs die Summe der Fehler von 0,66 ... bis 30^{min} nahe Null wurde. Kleinste Quadrate wurden nicht gebraucht.

Ueber den einzelnen Reihen der Tabelle findet sich der Torsionswinkel φ, die Temperatur, bei welcher gedrillt wurde (welche in der Regel nach der ersten Stunde um einige Zehntel Grad gewachsen war), und unter No. die zeitliche Reihenfolge der Versuche.

1) Die so berechneten Endeinstellungen harmoniren ziemlich gut mit der Beobachtung. Die Ueberschreitungen der Elasticitätsgränze würden danach betragen haben (in der Reihenfolge wie die Versuche in der Tabelle geordnet sind) 0,7, 3,8, 8,2, 2,7, 6,1 und 1,8 Scalenth. Wollte man die Einstellungen nach 24^h als Ruhelagen ansehen, so würden den x der Tabelle zuzufügen sein 1,2, 6, 12, 7, 7, 13 Scalenth. Aber es ist wahrscheinlich, dafs hier Einflüsse, welche aufserhalb des Versuches liegen, eine Verschiebung bewirkt haben. Bei den ersten dreien und dem letzten Werth ist diefs offenbar der Fall, denn die Differenzen sind ja grösser als die angenommenen Ueberschreitungen der Elasticitätsgränze. Ohne ausführlich auf den Gegenstand einzugehen, will ich nur bemerken, dafs offenbar Temperaturänderungen bei diesen Einflüssen mitspielen. Theilweise schien die Ruhelage direct von der Temperatur abzuhängen. Theils aber auch möchte ich glauben, dafs durch Temperaturänderungen, insbesondere durch temporäre Steigerungen derselben, Reste von alten Nachwirkungen hervortreten, die bei constanter Temperatur als Ueberschreitungen der Elasticitätsgränze erscheinen. Der Gegenstand verlangt und verdient wohl auch eine eingehende Untersuchung.

Tabelle III.

Torsion des Kautschukfadens No. II.

	No. 3. $\varphi = 4^\circ,5$ Temp. $= 17^\circ,3$		5. $9^\circ,4$ $16^\circ,0$		2. $20^\circ,1$ $18^\circ,0$		1. $40^\circ,0$ $18^\circ,3$		4. $82^\circ,5$ $18^\circ,7$		6. $8^\circ,5$ $9^\circ,5$	
t	x	Δ	x	Δ	x	Δ	x	Δ	x	Δ	x	Δ
min												
0,5	12,3	+0,2	25,6	+0,2	62,0	+1,2	123,3	+0,3			25,0	+0,3
0,66..	10,3	−0,1	21,6	−0,1	53,0	+0,5	106,5	−0,3	209,7	−2,2	21,1	−0,1
1	7,8	−0,1	16,7	±	42,4	−0,1	86,2	−0,6	173,6	−0,7	16,4	−0,2
1,5	5,8	±	13,0	−0,1	33,3	+0,1	69,3	−0,2	143,4	+0,7	12,5	±
2	4,7	±	10,8	±	28,2	+0,1	59,4	−0,1	125,5	+1,1	10,4	±
3	3,4	+0,1	8,3	±	22,3	+0,1	47,5	+0,3	104,3	+1,1	8,0	±
5	2,5	±	6,0	+0,1	16,5	+0,1	36,2	+0,3	83,2	+0,6	5,8	±
7	2,1	−0,1	4,9	±	13,7	±	30,4	+0,1	71,8	+0,2	4,7	±
10	1,5	±	3,9	±	11,2	−0,1	25,3	±	61,5	−0,1	3,7	±
15			3,0	±	9,1	−0,3	20,3	+0,1	51,3	−0,2	2,8	+0,1
20			2,4	+0,1	7,6	−0,2	17,3	+0,2	45,3	−0,4	2,4	±
30	0,6	+0,1	1,9	+0,1	6,0	−0,1	14,0	+0,1	37,7	−0,2	1,8	±
50			1,2	+0,2	4,0	+0,4	10,0	+0,8	29,5	+0,3		
80			0,7	+0,4	2,3	+1,0	6,3	+2,1				
100									20,5	+1,3		
128	0,3	±										
	$c = 7,69$		16,70		42,27		85,63		172,9		16,24	
	$a = 0,70$		0,63		0,58		0,53		0,45		0,64	

Was nun den Gang der Coëfficienten mit dem Torsionswinkel φ betrifft, so ist c (die zur Zeit $t = 1^{\text{min}}$ vorhandene Nachwirkung) beiläufig mit φ proportional und läſst sich darstellen $c = 2{,}08 \,.\, \varphi$. Oder, wenn man für c anstatt des Scalentheils den Bogengrad (1 Scalenth. $= 0^\circ{,}0206$ vgl. S. 344) einführt, der ja die Einheit von φ ist,

$$c = 0{,}0428 \,.\, \varphi.$$

Der Exponent α, welcher die Geschwindigkeit des Verschwindens der Nachwirkung darstellt, zeigt sich hier mit wachsendem φ erheblich abnehmend. Als lineare Function von φ angesehen, läſst er sich etwa darstellen

$$\alpha = 0{,}67 - 0{,}003 \,.\, \varphi.$$

Das vorliegende Exemplar des Kautschukfadens weist also die am Silberdrahte bereits wahrscheinlich gemachte Erscheinung, daſs die gröſsere Nachwirkung relativ langsamer verschwindet, in verstärktem Maaſse auf.

Zu beachten ist noch, daſs die α von derselben Ordnung sind, wie bei dem Silber, was man bei der groſsen Verschiedenheit des Materials kaum erwartet hätte.

Der Faden I gab ähnliche Resultate, von denen ich zwei Beispiele in Tab. IV einschalten werde.

Die letzte Reihe No. 6 in Tab. III ist bei einer etwa 8^0 niedrigeren Temperatur beobachtet worden, als die übrigen. Es fällt auf, daſs ein erheblicher Einfluſs der Temperatur wie er bei dem Silber vorhanden war, hier nicht hervortritt. c sowohl wie α ordnet sich in die Reihe der übrigen fast ohne Abweichung ein. Indessen muſs hier hervorgehoben werden, daſs zwischen No. 5 und 6 ein Zeitraum von etwa 1 Monat liegt, und daſs der Kautschuk bekanntlich in niederer Temperatur mit der Zeit seine Beschaffenheit bedeutend ändert. Einen positiven Schluſs also kann man kaum ziehen.

Nachwirkung nach länger dauernden Torsionen.

An dem Silberdraht hatte sich herausgestellt, daſs nach Torsionen, denen der Draht eine gröſsere Zeit ausgesetzt gewesen war, die Nachwirkung nicht mehr genügend

durch die bisher gebrauchte Formel II dargestellt wurde, sondern dafs man zu der allgemeineren Formel I greifen mufste. Der Exponent m, durch dessen Verschwinden eben II aus I entsteht, entfernte sich mit wachsender Torsionsdauer von 0. Doch blieb er kleiner als 1.

Der Kautschukfaden scheint ähnliche Gesetze zu verfolgen. Nachstehende Beobachtungen beziehen sich auf den Kautschukfaden I und enthalten die Nachwirkungen nach Torsionen von etwa 45^0 und bez. 10^{sec}, 15^{min} und 75^{min} Dauer, sowie nach einer Torsion von 180^0 und 10^{sec} Dauer.

Ich habe schon erwähnt, dafs in Folge des gröfseren Trägheitsmoments des Spiegels die Anfangs-Schwingungen mehrere Minuten andauerten. Man beobachtete so lange die Umkehrpunkte, indem ein Gehülfe die Zeiten notirte. Jeder Umkehrpunkt wurde mit dem arithmetischen Mittel zusammengefafst, welches nahe als Einstellung zu der mittelsten Umkehrzeit gelten kann[1]). Durch graphische Aufzeichnung glich man die Ungenauigkeiten aus, welche dieses Verfahren enthält, solange die Schwingungen beträchtlich sind.

Die Bedeutung der Zahlen in der Tab. IV ist dieselbe wie in III; nur habe ich, weil es Interesse bieten kann, unter Amp. die zur Zeit t vorhandene Schwingungsweite hinzugefügt. Sie wurde aus einer Aufzeichnung der beobachteten Schwingungsbögen graphisch abgeleitet.

Die beiden Reihen von kurzer Dauer wurden nach Formel II, die anderen nach I mit den unten angegebenen Constanten berechnet[2]).

1) So ergaben die ersten Beobachtungen der Reihe für $\varphi = 45^0$ und $T = 15^{\text{min}}$ an der Scale:

Um-	Zeit	22^{sec}	26	31	36	40	45	49	53	58	62	66
kehr-	Punkt	924	579	852	613	803	633	768	646	743	655	724
	Mittel $x =$		733	724	720	713	709	704	701	697	694	...

Die Beobachtungen sind bereits auf den Bogenwerth corrigirt.

2) Die Ueberschreitungen der Elasticitätsgränze, d. h. die Verschiebung der der Rechnung zu Grunde liegenden Ruhelage gegen die vor dem Versuch beobachtete, betrug resp. 30, 7, 14 und 14 Scalenth.

Tabelle IV.

Torsion des Kautschukfadens No. I.

t	No. 4. $\tau = +14^\circ,0$ $\varphi = 43^\circ$ $T = 75^{min}$			No. 3. $+16^\circ,0$ $\varphi = 43^\circ$ $T = 15^{min}$			No. 1. $+16^\circ,7$ $\varphi = 44^\circ$ $T = \frac{1}{6}^{min}$			No. 2. $+16^\circ,0$ $\varphi = 180^\circ$ $T = \frac{1}{6}^{min}$		
	Amp.	x	Δ	Amp.	x	Δ	Amp.	x	Δ	Amp.	x	Δ
min												
0,5				270	175	+8						
0,7	190	240	−2	167	160	+6	82	27	−1	180	101	−6
1	95	225	−1	83	144	+4	44	23,6	−0,5	88	87	−3
1,5	33	207,1	+0,2	29	126,7	+1,4	15	20,1	+0,1	29	73,6	−0,6
2	12	194,9	+0,2	10	114,8	+0,3	6	18,3	+0,1	10	66,0	+0,2
2,5	4	185,0	+0,6	4	105,7	−0,3	2	17,0	+0,2	3	60,6	+0,8
3				1	98,5	−0,7						
3,5	0	170,2	−0,2				0	15,1	+0,3	0	54,0	+0,7
4		164,6	+0,6	0	87,2	−0,8		14,4	+0,3		51,8	+0,5
5		155,1	+0,4		78,9	−0,7		13,4	+0,3		48,0	+0,5
7		140,7	+0,2		67,0	−0,5		12,2	+0,1		43,3	±
10		125,8	−0,2		55,5	−0,1		10,9	+0,1		38,5	−0,2
15		109,1	−0,4		44,2	+0,1		9,8	−0,2		34,1	+0,3
20		96,9	+0,1		37,1	+0,3		9,0	−0,2		31,1	−0,8
25		87,7	+0,6		32,5	±		8,4	−0,2		29,1	−1,0
30		80,9	+0,5		28,7	+0,2		7,8	−0,1		27,1	−0,7
40		71,4	−0,4		23,7	±		7,0	±		24,5	−0,6
50					20,2	±		6,0	+0,5		22,7	−0,5
70					15,7	±					19,6	+0,2
73		52,6	−1,2									
90		45,9	−0,5		14,0	−0,4					16,9	+1,3
120					9,9	+0,1					14,3	+2,2
176					6,9	+0,2						
267		18,4	+2,4									

No. 4	No. 3	No. 1	No. 2
$C = 433,6$	$C = 787,8$	$c = 23,06$	$c = 84,0$
$\alpha = 0,6607$	$\alpha = 1,675$	$\alpha = 0,323$	$\alpha = 0,340$
$m = 0,273$	$m = 0,20$		

Die Uebereinstimmung der Beobachtung und Rechnung ist während der ersten Stunden durchaus befriedigend, wenn man die erste Minute mit den noch ziemlich starken Schwingungen ausnimmt. Immerhin geben die Formeln auch für diese ersten Zeiten noch eine beachtenswerthe Annäherung.

Es möge hier endlich hervorgehoben werden, wie weit die einzelnen Verlaufe der Nachwirkung von der Congruenz entfernt sind. Die Verschiebung betrug für

	No. 2	3	4	
von 0,7 bis 1^{min}	14	16	15	Scalenth.
„ 2 „ 2,5	5,4	9,1	9,9	„
„ 7 „ 10	4,8	11,5	14,9	„
„ 30 „ 40	2,6	5,0	9,5	„
„ 40 „ 90	7,6	9,7	25,5	„

Während die anfängliche Geschwindigkeit also fast gleich ist, sehen wir sie nach einer Stunde bei der Nachwirkung nach der Torsion von 75 Minuten den 3 bis 4fachen Werth der beiden andern Geschwindigkeiten erreichen.

Der Exponent α hat für die Beobachtungsreihen No. 1 und 2 nahe denselben Werth. Bei dem anderen Exemplar des Kautschukfadens war er für $\varphi = 40^0$ und $T = \frac{1}{2}$ Min. beträchtlich gröfser gefunden worden (S. 347). Um zu entscheiden, ob dieser Unterschied in einer Verschiedenheit des Materials liegt, hätte man die beiden Fäden unter gleichen Umständen beobachten müssen. Vielleicht wäre aber auch die Frage aufzuwerfen, ob der Unterschied mit der rascheren Beruhigung der anfänglichen Schwingungsbögen bei den früheren Versuchen zusammenhängt.

Haben die mitgetheilten Beobachtungen über die Torsion des Kautschukfadens auch nicht ganz die Beweiskraft der früheren am Silberdrahte gewonnenen Resultate, weil in der Annahme der Ruhelagen eine gewisse freilich begränzte Willkür liegt, so genügen sie doch, um Folgendes zu zeigen:

1. Nach kurz dauernden Torsionen wird die Nachwirkung x nach der Zeit t auf weite Strecken durch Formel II mit grofser Annäherung dargestellt. Der Exponent α nimmt mit wachsendem Torsionswinkel ab; die anfängliche Gröfse der Nachwirkung (also beiläufig die Constante c) ist bei gleicher Zeitdauer der Torsion dem vorausgegangenen Torsionswinkel ungefähr proportional.

2. Für länger dauernde Torsionen verläuft die Nachwirkung nahe nach der Formel I; m wächst mit der Dauer.

3. Es folgt hiernach der gedrillte Kautschukfaden wesentlich den Beziehungen, welche früher für einen Silberdraht gefunden wurden.

3. Boltzmann's Beobachtungen über die Torsion eines Glasfadens.

In der von Boltzmann veröffentlichten Arbeit über die elastische Nachwirkung [1]) sind als Anhang einige Beobachtungen über die Torsion eines langen Glasfadens mitgetheilt, häuptsächlich zu dem Zwecke angestellt und verwerthet, das Gesetz der Superposition verschiedener Nachwirkungen zu prüfen. Indem ich hoffe, zu der letzteren Frage und überhaupt zu der Boltzmann'schen Theorie der Nachwirkung bald weiteres Material zu liefern, will ich hier die Resultate Boltzmann's benutzen, um auch an ihnen meine Formeln zu prüfen.

Dem Glasfaden war eine Torsion von je 180° während der Zeiten $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1 oder 2 Minuten mitgetheilt gewesen. Man wird aus folgender Zusammenstellung ersehen, dafs die Nachwirkungen nach den zwei kürzeren Zeiten durch Formel II, die letzten beiden durch I sich mit durchaus befriedigender Uebereinstimmung darstellen lassen, wobei für 2^{min} m gröfser ist, als für 1^{min}. Es gelten also genau die nämlichen Beziehungen, wie die von mir für Silber gefundenen.

1) Boltzmann, Wien. Sitzungsber. 1874, Okt. 8 u. 22.
Es ist zu beachten, dafs Boltzmann die Zeiten nicht von dem Ende, wie hier, sondern von der Mitte der Torsionsdauer an zählt.

Tabelle V.

Boltzmann's Beobachtungen über die Torsion eines Glasfadens.

$T = \frac{1}{4}^{\text{min}}$			$\frac{1}{2}^{\text{min}}$			1^{min}			2^{min}		
t	x	Δ	t	x	Δ	t	x	Δ	t	x	Δ
min			min			min			min		
1,87	5,5	±	1,75	11	+0,3	1,5	21	±	1	43	+0,3
2,87	3,6	±	2,75	7,5	−0,1	2,5	14	−0,2	2	28	−0,3
3,87	2,8	−0,1	3,75	5,7	−0,1	3,5	10,3	+0,1	3	21	−0,1
5,87	1,8	±	5,75	3,9	−0,1	5,5	7	±	5	14,2	+0,1
7,87	1,4	±	7,75	2,8	+0,1	7,5	5,3	±	7	10,9	+0,1
11,87	0,9	±	11,75	1,9	±	11,5	3,6	±	11	7,5	±
15,87	0,7	±	15,75	1,4	+0,1	15,5	2,6	+0,1	15	6	−0,3
						23,5	1,8	±	23	3,7	+0,2
						31,5	1,3	±	31	2,8	+0,1
$c = 10{,}13$			$c = 18{,}90$			$C = 472400$			$C = 3455$		
$\alpha = 0{,}968$			$\alpha = 0{,}923$			$\alpha = 9{,}701$			$\alpha = 4{,}387$		
						$m = 0{,}08$			$m = 0{,}14$		

Die beiden Coëfficienten α unterscheiden sich wenig von einander. Sie sind bedeutend gröfser als bei dem Silber (0,39), ja sogar als bei dem Kautschuk (0,33 bis 0,70). Dafs die Torsionsdauer 1^{min} ein gröfseres C ergiebt, als 2^{min}, zeigt wieder die Unanwendbarkeit der Formeln für den ersten Augenblick. Doch tritt der Fall, dafs das für die Dauer 1^{min} berechnete x gröfser wird als dasjenige für 2^{min} erst für die Zeit $t = 0{,}115$ ein. Lägen Beobachtungen für diese ersten Zeiten vor, so würden sich die Constanten also etwas anders ergeben.

4. Ausdehnung des Kautschukfadens.

Bekanntlich bezog sich die erste grundlegende Arbeit Weber's[1]) über die elastische Nachwirkung auf die Ausdehnung; seitdem ist die letztere nicht wieder Gegenstand der Untersuchung gewesen. Diese Beobachtungen wieder aufzunehmen, schien aber aus mehreren Gründen wünschenswerth: erstens, damit man auch an anderen Substanzen als am Coconfaden ihre Gesetze kennen lerne, sodann aber auch, weil noch eine Vereinfachung der Verhältnisse gegenüber Weber's Verfahren möglich ist. Damals näm-

1) Weber, Ann. Bd. XXXIV, S. 247; *Comm. Soc. Gött. Vol. VIII*, 45.

lich geschah die primäre Längenänderung nicht plötzlich, sondern erforderte mehrere Minuten Zeit, weil sie durch Anziehen einer Schraube hervorgebracht wurde. Hierdurch wird die Einführung eines gegebenen Anfangspunktes der Nachwirkung verhindert; was freilich nach Weber's Auffassung der Nachwirkung gleich war, nicht aber nach derjenigen, welche sich nach meinen Beobachtungen über die Torsion ergab. Weber nämlich nahm an, dafs einem und demselben Abstande des Körpers von der endlichen Gleichgewichtslage immer die nämliche Geschwindigkeit der Gestaltsänderung zukomme. Bei der Torsion erwies sich jedoch diese Anschauung unzulässig (vergl. auch S. 359). Nun habe ich freilich schon früher zu zeigen versucht, dafs Weber's Beobachtungen mit denen der Torsion in Uebereinstimmung zu bringen sind; jedoch lag ein Hinderniss gegen positive Schlüsse in dem erwähnten Mangel der bestimmten Anfangszeit, sowie dann noch darin, dass die spannenden Kräfte bei Weber's Beobachtungsweise mit der allmählig eintretenden Nachwirkung sich in einem gewissen Verhältniss änderten.

Wegen der Kleinheit der Verlängerung sind die meisten Substanzen, z. B. alle unorganischen, wenig geeignet, die Ausdehnung genau zu studiren. Ich habe den Kautschukfaden genommen, und zwar die gleiche Sorte wie die vorhin für die Torsion gebrauchte. Der Faden war oben an einem Halter in der Wand befestigt und trug in der Nähe des unteren Endes eine Marke. Ich werde den Abstand dieser Marke vom Befestigungspunkt des Fadens kurz seine Länge nennen. Dicht hinter der Marke befand sich ein verticaler Millimeter-Maafsstab, auf welchem die Einstellung der Marke mittelst eines Fernrohres abgelesen wurde. Das letztere war parallel mit sich in verticaler Richtung verschiebbar und wurde so verschoben, dafs die Mitte des Gesichtsfeldes immer der Marke nahe blieb.

An dem Faden hing unterhalb der Marke ein kleines Waagschälchen zur Aufnahme von Belastungen; wiederum an letzterem hing an dünnem Draht ein kleiner verticaler

Hohlcylinder aus Messingblech, welcher zur Beruhigung von Pendelschwingungen in ein Gefäfs mit Wasser untertauchte. Eine Beruhigung für longitudinale Schwingungen war unnöthig.

Die durch die unbelastete Schale und die genannte Vorrichtung zum Beruhigen hervorgebrachte *constante Belastung* des Fadens betrug 4,1 Grm. und die *Länge des hierdurch gespannten* Fadens war 2300^{mm}.

Vor dem Beginn der Versuche wurde der Faden 20 Minuten lang um etwa 600^{mm} ausgedehnt und alsdann einen Tag lang sich selbst überlassen.

Längsnachwirkung nach kurz dauernden constanten Verlängerungen des Fadens.

Man fafste den Faden unterhalb der Marke mit der Hand und dehnte ihn um eine Länge l aus, hielt diese Verlängerung eine Minute lang constant und führte dann den Faden rasch aber behutsam in seine natürliche Lage zurück. Losgelassen hatte er binnen 10^{sec} seine Schwankungen so weit beruhigt, dafs man mit den Beobachtungen am Fernrohr beginnen konnte; doch macht diese erste Ablesung noch keinen Anspruch auf grofse Genauigkeit. (Tab. VI.)

Ueberschreitungen der Elasticitätsgränze und Unregelmäfsigkeiten der Einstellung machten sich bei diesen Versuchen weit weniger fühlbar als bei der Torsion. Nach Verlauf einer halben Stunde war der Faden regelmäfsig bis auf weniger als 1^{mm} wieder seiner Länge vor dem Versuch nahe gerückt, welche letztere defswegen immer als Gleichgewichtslänge angesehen wurde; *die unten angegebenen Gröfsen x sind also die temporären Verlängerungen des Fadens gegen die dem Versuche vorausgehende Länge.*

Zwischen zwei Versuchen lag eine hinreichende Zeit, dafs durch die vorausgehende Nachwirkung in 50^{min} eine merkliche Verschiebung nicht mehr eintrat[1]). Die zeit-

1) Mit Ausnahme von No. 3 mit der Verlängerung 200^{mm}. Damals war 23^{min} vorher der Versuch mit 120^{mm} angestellt worden. Nach der

liche Reihenfolge der verschiedenen Sätze (innerhalb dreier Tage) ist durch die Nummern angegeben. No. 1 ist das Mittel aus zwei Beobachtungen.

Bei dem Versuche, die Beobachtungen durch Gesetze darzustellen, führt gleich die Formel II zu einem günstigen Resultat. Unter jeder Reihe sind die Zahlen der Constanten c und α aufgeführt, welche die durch die Differenzen Δ (ber. — beob.) angezeigte Uebereinstimmung geben. Letztere ist bis auf die zu $t = 10^{sec}$ gehörenden Werthe überall befriedigend. An sich würde auf die anfängliche geringere Uebereinstimmung kein großer Werth zu legen seyn, da wie schon bemerkt, die Unsicherheit der Ablesung hier beträchtlich war, und weil deßwegen bei der Bestimmung der Constanten die Zeit $0^{min},167 = 10^{sec}$ nicht mit berücksichtigt worden ist. Indessen springt doch zugleich eine Regelmäßigkeit der Vorzeichen ins Auge, nach welcher die Rechnung für die allererste Zeit etwas zu große Werthe zu liefern scheint. In der That findet sich bei Anwendung der allgemeinen Formel I, daß m nicht ganz Null wird. Ich habe die Reihe No. 7 (250^{mm}) nach $x = 31990 \,.\, e^{-8,401 \,.\, t^{0,07}}$ berechnet und die Differenzen unter Δ' hinzugefügt. Die Uebereinstimmung läßt nichts mehr zu wünschen.

Ueber die letzte in niederer Temperatur gemachte Beobachtung folgen in §. 6 einige Bemerkungen.

unten angegebenen Formel für letztere Nachwirkung wurde die Verschiebung der Ruhelage durch letztere während der Beobachtung No. 4 berechnet (höchstens $0,2^{mm}$) und als Correction der Ablesungen angebracht.

Tab. VI.

Dehnungen des Kautschukfadens von 1 min Dauer.

	No. 1. $\tau = 18^\circ,5$ 40 mm		5. $+17^\circ,7$ 80 mm		2. $+18^\circ,5$ 120 mm		6. $+17^\circ,3$ 160 mm	
t	x	Δ	x	Δ	x	Δ	x	Δ
min		mm						
(0,167)	3,9	+ 0,43	6,6	+ 0,8	10,3	+ 0,8		
0,25	3,45	+ 0,09	5,7	+ 0,3	8,6	+ 0,2	10,5	+ 0,3
0,333	3,05	+ 0,01	5,1	±	7,5	±	9,1	+ 0,1
0,5	2,55	— 0,05	4,2	— 0,1	6,1	— 0,1	7,3	±
0,667	2,15	+ 0,02	3,6	— 0,1	5,2	— 0,1	6,4	— 0,2
1	1,70	+ 0,07	2,9	±	4,1	±	5,0	±
1,5	1,45	±	2,3	±	3,2	±	4,0	±
2	1,22	+ 0,03	1,9	+ 0,1	2,7	±	3,3	+ 0,1
3	0,97	+ 0,05	1,6	±	2,2	±	2,6	+ 0,1
5	0,80	— 0,01	1,2	±	1,6	±	2,0	±
7	0,71	— 0,05	1,05	±	1,4	±	1,6	+ 0,1
10	0,60	— 0,04	0,9	— 0,1	1,2	— 0,1	1,4	±
15	0,52	— 0,06	0,7	±			1,2	— 0,1
20	0,48	— 0,08	0,6	±	0,8	±	1,1	— 0,2
30			0,6	— 0,1			1,0	— 0,3
50							0,8	— 0,2
$c =$	1,77		2,86		4,06		4,97	
$\alpha =$	0,50		0,53		0,56		0,56	

	No. 3. $+18^\circ,6$ 200 mm		7. $+17^\circ,6$ 250 mm			4. $+18^\circ,7$ 300 mm		8. $+9^\circ$ 160 mm	
t	x	Δ	x	Δ	Δ'	x	Δ	x	Δ
min	mm								
(0,167)	15,8	+ 1,0	18,6	+ 2,0	+ 0,7	21,3	+ 1,7		
0,25	13,0	+ 0,2	15,6	+ 0,6	±	17,7	+ 0,4	15,9	+ 0,6
0,333	11,1	+ 0,1	13,4	+ 0,2	±	15,2	±	13,8	+ 0,3
0,5	8,9	— 0,1	10,9	— 0,2	— 0,2	12,1	— 0,2	11,4	— 0,2
0,667	7,6	— 0,2	9,3	— 0,3	— 0,2	10,2	— 0,2	9,8	— 0,3
1	6,0	— 0,2	7,3	— 0,3	— 0,1	8,0	— 0,1	7,9	— 0,3
1,5	4,7	— 0,1	5,7	— 0,2	— 0,1	6,2	±	6,3	— 0,3
2	3,9	±	4,6	±	+ 0,1	5,2	±	5,2	— 0,1
3	3,0	+ 0,1	3,6	±	+ 0,1	4,0	+ 0,1	4,0	+ 0,1
5	2,2	+ 0,1	2,6	+ 0,1	±	2,9	+ 0,1	2,9	+ 0,2
7	1,8	±	2,1	+ 0,1	±	2,4	±	2,5	+ 0,1
10	1,5	±	1,7	+ 0,1	±	2,0	±	2,0	+ 0,1
15	1,2	±	1,4	±	— 0,2	1,5	±		
20			1,1	+ 0,1	— 0,1	1,3	±		
30			0,9	±	— 0,1				
50			0,6	+ 0,1	— 0,1	0,9	— 0,1		
$c =$	5,84		7,04			7,86		7,60	
$\alpha =$	0,59		0,60			0,60		0,56	

Die c sowohl wie die α zeigen einen sehr regelmäſsigen Verlauf bei den Reihen von ungefähr gleicher Temperatur.

Die gefundenen Geschwindigkeitscoëfficienten oder Exponenten α liegen zwischen 0,5 und 0,6, entfernen sich also nicht aus der Gränze, innerhalb deren die für die Torsion gefundenen α lagen (§. 2). Hingegen zeigt ihre Aenderung bei verschieden groſsen Verlängerungen den umgekehrten Gang. Während Torsions-Nachwirkungen mit wachsendem primären Torsionswinkel verhältniſsmäſsig langsamer verschwinden, haben wir bei der Ausdehnung die verhältniſsmäſsig gröſsere Zähigkeit der Nachwirkung für die geringeren Ausdehnungen.

Als lineare Function der Verlängerung l^{mm} nach kleinsten Quadraten bestimmt ist

$$\alpha = 0{,}50 + 0{,}00038 \,.\, l,$$

oder, die Verlängerung in Bruchtheilen der Gesammtlänge 2300^{mm} ausgedrückt, d. h. $\lambda = \frac{l}{2300}$ gesetzt

$$\alpha = 0{,}50 + 0{,}88 \,.\, \lambda.$$

Als Gränzwerth für kleine Verlängerungen entsteht hiernach für unseren Fall $x = \frac{c}{\sqrt{t}}$, was aber nur zufällig seyn dürfte.

Die Gröſse der Nachwirkung c wächst mit steigender Verlängerung der letzteren beiläufig proportional, doch ist eine Verzögerung deutlich ausgesprochen. Man findet nach kleinsten Quadraten

$$c = 0{,}0383 \,.\, l - 0{,}0000410 \,.\, l^2$$

oder, wenn wieder für l die Gröſse λ eingeführt und nun natürlich auch c in Bruchtheilen der ganzen Länge 2300^{mm} gemessen wird,

$$c = 0{,}0383 \,.\, \lambda - 0{,}0943 \,.\, \lambda^2.$$

Groſse Bedeutung für die Erkenntniſs der Nachwirkung hat unstreitig die Vergleichung dieses Vorganges bei der Torsion und der Ausdehnung. Es ist zu wünschen, daſs solche Beobachtungen an einem und demselben Faden

combinirt werden. Bei uns liegt nun wenigstens die gleiche Sorte Kautschuk den eben mitgetheilten Versuchen und denen des §. 2 über Torsion zu Grunde. Durch Vergleichung der Formeln für c und α (S. 347 und 357), und in Anbetracht der beiderseitigen Versuchsverhältnisse, sieht man, dafs die Nachwirkung nach der Torsion gröfser ist als bei der Ausdehnung, dafs aber immerhin die *Gröfse und der Verlauf der Längs- und Torsionsnachwirkung von derselben Ordnung sind.* Auch ohne genaue quantitative Vergleichung gewährt diese Thatsache Interesse.

5. Längsnachwirkung des Kautschukfadens bei dauernder Aenderung der Belastung.

Eine zweite Gruppe von Beobachtungen habe ich in der Weise angestellt, dafs die Belastung des Fadens plötzlich um 4, 2 oder 1 Gramm vermehrt oder vermindert und nun die allmählige Annäherung des Fadens an die neue Ruhelage beobachtet wurde. Es zeigt sich, dass hier bei dem Kautschuk sehr bedeutende Nachwirkungen auftreten, welche lange Zeiträume in Anspruch nehmen.

Der letztere Umstand verhinderte leider wiederum die experimentelle Feststellung der neuen Gleichgewichtslage, wozu wie es scheint, ein wochenlanges Beobachten nothwendig wäre. Wollte man sich auch dieser Arbeit unterziehen, so wäre damit doch nicht viel erreicht, denn es scheint, dafs auch hier Aenderungen des Fadens mit der Zeit eintreten, welche von der Nachwirkung unabhängig sind. Selbst wenn der Faden lange Zeit „unbelastet" war (d. h. nur mit dem constanten Gewicht seiner Waagschaale beschwert), verlängerte er sich fortwährend täglich um einen Betrag von etwa 1^{mm}.

Es ist hiernach zugleich wahrscheinlich, dafs die länger fortgesetzten Beobachtungen bei *Mehrbelastung* etwas *zu gröfse Verlängerungen*, bei *Entlastung* etwas *zu kleine Verkürzungen* ergeben haben.

Mehrbelastungen. Ich gebe in der folgenden Tabelle die Resultate einiger Versuche, wobei *die Zahl y die zur*

Zeit t vorhandene Verlängerung gegen die dem Versuch vorausgehende Fadenlänge bedeutet.

Die Reihe mit + 4 Gr. Belastung habe ich dann nach dem Ausdruck II darzustellen gesucht. Wie früher (§. 2) wurde diejenige Endlage gesucht, welche sich unter Anwendung des Ausdrucks auf die erste Stunde ergab, und dann die Bestimmung von α und c durch Berechnung einiger Werthe und Mittelnehmen ausgeführt. Man wird (Tab. VII) die Uebereinstimmung in den ersten Stunden recht befriedigend finden. Später nähert sich die Beobachtung der endlichen Gleichgewichtslage rascher als die Rechnung. Möglich, daſs hier eine wirkliche Abweichung der Formel vorliegt, möglich aber auch, daſs die, nach 3^h etwa um 1^0 gewachsene Temperatur und der S. 358 erwähnte Umstand eine Einwirkung äuſserte.

Die Endverlängerung des Fadens ist = 176,4 gesetzt, $c = 55{,}5$, $\alpha = 0{,}109$, so daſs die Rechnung nach der Formel

$$y = 176{,}4 - \frac{55{,}5}{t^{0,109}}$$

ausgeführt wurde. Nach Verlauf eines Tages würde also noch nahe der zehnte Theil der gesammten durch 4 Gr. bewirkten Verlängerung, gefehlt haben.

Nennt man λ die Verlängerung des Fadens in Bruchtheilen der Gesammtlänge (2300^{mm}), so wird

$$\lambda = 0{,}0767 - \frac{0{,}0241}{t^{0,109}}.$$

Was nun die Ausdehnungen bei den anderen Belastungen 2 bez. 1 Gr. betrifft, so beschränke ich mich auf die Frage, wie sie sich zu derjenigen bei 4 Gr. verhalten.

Dabei ist zuerst zu untersuchen, ob die von Weber angenommene Congruenz der verschiedenen Nachwirkungen, von geeigneten Punkten an gerechnet, stattfindet (S. 353). Es zeigt sich jedoch, daſs die verschiedenen Curven auf keine Weise zur Deckung gebracht werden können, wodurch die Vermuthung bestätigt wird, daſs die beiden Curven Weber's nur wegen der geringen Verschieden-

heit der primären Veränderungen eine ungefähre Congruenz zeigten.

Dagegen findet sich nun auch hier die *Aehnlichkeit* der Curven mit grofser Annäherung ausgesprochen. Nennt man die zur Zeit t durch die Belastung 4^{gr} hervorgebrachte Verlängerung y_4, so kann man diejenige durch 2^{gr} bez. 1^{gr} darstellen durch

$$y_2 = 0{,}463 . y_4 \qquad y_1 = 0{,}227 . y_4,$$

oder

$$\frac{y_4}{y_2} = 2{,}16 \qquad \frac{y_4}{y_1} = 4{,}41.$$

Die beiden Verhältnisse sind ein wenig gröfser als das Verhältnifs der Belastung, was zu erwarten war; denn wenn man mit Verlängerungen bis zu $\frac{1}{13}$ der Gesammtlänge arbeitet, so weifs man schon, dafs die Verlängerung nicht mehr der Belastung genau proportional ist, sondern etwas beschleunigt wächst.

Ich schreibe wieder neben die beobachteten y die Ueberschüsse Δ der als aus der ersten Reihe berechneten Werthe über y.

Die eingeklammerten y sind graphisch interpolirt worden.

Tab. VII.

Ausdehnung des Kautschukfadens durch dauernde Mehrbelastungen.

	$+ 4^{gr}$	$17^0{,}3$	$+ 2^{gr}$	$19^0{,}5$	$+ 1^{gr}$	$18^0{,}7$
t	y	Δ	y	Δ	y	Δ
min	mm		mm		mm	
0,25	112,2	−0,3	52,0	±	24,7	+0,8
0,33	113,8	±	52,9	−0,2	25,3	+0,8
0,5	116,5	±	54,1	−0,1	26,1	+0,4
0,66	118,4	±	54,6	+0,2	26,5	+0,4
1	120,9	±	55,7	+0,3	27,1	+0,4
2	124,9	±	57,4	+0,5	28,0	+0,4
3	127,2	±	58,4	+0,5	28,6	+0,3
5	129,8	±	59,6	+0,5	29,2	+0,3
7	131,4	+0,1	60,3	+0,6	29,7	+0,1
10	133,2	±	61,0	+0,7	30,1	+0,1
15	135,0	+0,1	61,7	+0,8	30,7	±
20	136,2	+0,2	62,5	+0,6	31,0	−0,1
30	138,0	+0,1	63,1	+0,8	31,4	−0,1
50	140,1	+0,1	64,3	+0,6	32,1	−0,3

t	$+4^{gr}$ 17°,3		$+2^{gr}$ 19°,5		$+1^{gr}$ 18°,7	
	y	Δ	y	Δ	y	Δ
min	mm		mm		mm	
70	141,3	+0,2	65,1	+0,3	32,4	−0,3
120	143,6	−0,1	66,4	+0,1	33,2	−0,6
200	146,1	−0,9	67,6	+0,1	33,9	−0,7
300	(148,6)	−2,0	(68,8)	±	34,4	−0,6
400	150,6	−3,1	(69,7)	±	(34,7)	−0,5
1050	(156,9)	−6,5	74,3	−1,6	36,1	−0,5
1260	157,7	−6,8	75,0	−2,0	36,4	−0,6
1440	158,2	−6,9	75,9	−2,6	36,5	−0,6
∞	176,4	ber.				

Auf die letzten Werthe ist wie erwähnt kein grofses Gewicht zu legen. Im Uebrigen halten sich die Differenzen unterhalb 1^{mm}. Hiernach nehmen *die allmählichen Ausdehnungen durch verschieden grofse Belastungen einen nahezu ähnlichen Verlauf.* Für die *Torsion* wurde dasselbe nachgewiesen (LXIX, 345).

Nachwirkung nach Entlastungen. Die im Vorigen gebrauchten Mehrbelastungen wurden nach längerer Zeit wieder entfernt, und zwar 1^{gr} nach 23^{h}, 2^{gr} nach 120^{h}, 4^{gr} nach 29^{h}. Zur Zeit *t* nach der Entlastung hatte sich dann der Faden um *y* verkürzt (Tab. VIII).

Die nächstliegende Frage ist offenbar, wie diese Verkürzungen sich zu den bei den entsprechenden Belastungen stattgefundenen Verlängerungen verhalten. Die Antwort darauf liefert die Gröfse *Δ*, welche zu *y* hinzugefügt eben die Verlängerungen der Tab. VII ergiebt.

Tabelle VIII.

Verkürzung des Kautschukfadens durch dauernde Minderbelastungen.

t	-4^{gr} 17°,4		-2^{gr} 16°,6		-1^{gr} 18°,3	
	y	Δ	y	Δ	y	Δ
min						
0,25	119,3	−7,1	53,3	−1,3	24,8	−0,1
0,5	123,0	−6,5	54,9	−0,8	26,0	+0,1
1	126,7	−5,8	56,5	−0,8	27,0	±
2	130,2	−5,3	58,4	−1,0	27,9	+0,1
5	134,3	−4,5	60,5	−0,9	29,2	±
10	137,1	−3,9	62,0	−1,0	30,1	±
20	139,9	−3,7	63,5	−1,0	30,9	+0,1

	-4^{gr} 17°,4		-2^{gr} 16°,6		-1^{gr} 18°,3	
t	*y*	*Δ*	*y*	*Δ*	*y*	*Δ*
min						
50	143,3	−3,2	65,4	−1,1	31,8	+0,3
120	146,2	−2,6	67,0	−0,6	32,6	+0,6
300	148,6	±	68,9	−0,1	33,1	+0,3
1260					33,5	+2,9
1440	151,6	+6,6	71,0	+4,9		

Man wolle beachten, dafs für 1^{gr} und 4^{gr} *Be*- oder *Ent*lastung die Temperaturen fast gleich waren, dafs für 2^{gr} dagegen die *Be*lastung bei einer etwas höheren Temperatur stattfand.

Dafs nach längerer Zeit die Verlängerung allgemein gröfser beobachtet worden ist, als die Verkürzung, war zu erwarten. Im Uebrigen sieht man, dafs *Ent*- und *Be*-lastung mit 1^{gr} einen sehr nahe congruenten Verlauf der Nachwirkung geben. Für 2^{gr} verläuft die Verkürzung ein wenig rascher, und die Unterschiede würden in gleicher Temperatur noch etwas wachsen (vergl. § 6). Für 4^{gr} sind die Differenzen von gleichem Vorzeichen aber noch gröfser. Diese Resultate dürften folgendermaafsen zu deuten sein:

Verkürzung und Verlängerung bei der Belastung oder Entlastung um dasselbe Gewicht verlaufen congruent, so lange die Längenänderungen relativ klein *sind*; werden dieselben jedoch gröfser, so dafs der belastete Faden eine wesentlich andere Beschaffenheit besitzt als der unbelastete, so treten Abweichungen ein. Ob diese Abweichungen stets in einer Beschleunigung der Verkürzung bestehen, mag dahin gestellt bleiben. Vermuthlich treten sie bei hart elastischen Körpern, in dem gleichen Maafse vermindert auf, wie auch die Abweichungen der elastischen Verschiebungen von dem Gesetze der Proportionalität kleiner sind.

Dafs die Nachwirkung in einem Coconfaden bei gleicher Dehnung oder Verkürzung nahe congruent verläuft, hat schon Weber gezeigt.

Dem so für die Ausdehnung gefundenen Verhalten scheint die *Torsion* zu entsprechen. Bd. CXIX, S. 341 und 345,

Tab. I und III habe ich die Drehungsmomente mitgetheilt: erstens eines Glasfadens, der plötzlich um 1080^0 gedrillt wurde, und zweitens desselben Fadens, welcher diese Torsion einen Tag lang besessen hatte und dann plötzlich abgewunden worden war. Man wird leicht erkennen, dafs die beiden Nachwirkungen in der ersten Stunde so gut wie congruent verlaufen.

6. Einflufs der Temperatur.

Die Temperatur äufsert einen eigenthümlichen Einflufs auf die Längsnachwirkung des Kautschuks.

Vergleicht man zunächst die in Tab. VI gegebene Nachwirkung nach einer 1^{min} dauernden Verlängerung von 160^{mm} bei 9^0 mit der gleichen bei $17^0,3$, so sind die Zahlen der ersteren Reihe überall um etwas mehr als die Hälfte gröfser. Die Curven sind einander *ähnlich* und ergeben in der That denselben Exponenten α. In letzterer Hinsicht stimmt die Erscheinung mit den am gedrillten Silberdraht beobachteten Verhältnissen. Der Einfluss der Temperatur auf die *Gröfse* der Nachwirkung aber ist gerade umgekehrt, denn bei dem Silber wächst letztere mit der Temperatur (CXXVIII, 216).

Ich habe ferner die Mehrbelastung mit 2^{gr} bei verschiedenen Temperaturen beobachtet. Dabei fand sich (wobei die Reihe für $19^0,5$ aus Tab. VII entnommen worden ist):

Tabelle IX.

Einflufs der Temperatur auf die Längsnachwirkung des Kautschukfadens.

t	$19^0,5$	$18^0,7$	$9^0,0$	$7^0,6$
min	mm	mm	mm	mm
0,033				24
0,083				28
0,166		49		32
0,25	52,0	50,9		33,5
0,33	52,9	51,7	43	35,0
0,5	54,1	53,0	46,9	37,4
1	55,7	55,0	50,0	41,4
2	57,4	57,1	52,8	45,4
5	59,6		56,4	49,5
10	61,0		58,7	
20	62,5		61,1	
1440	75,9			

Hier spricht sich ein enormer Einfluſs der Temperatur aus. In höherer Temperatur sind die anfänglichen Verlängerungen viel gröſser als in niederer; die Differenzen nehmen aber mit wachsender Zeit ab. Man darf annehmen, daſs sie schlieſslich verschwinden (da der durch einige Gramm gespannte Kautschukfaden jedenfalls keinen erheblichen Temperatur-Ausdehnungscoëfficienten zeigt) und daſs die Verlängerungen nach einem Tag in allen Reihen etwa 76^{mm} betragen würden.

Aehnliches wurde für die allmählige Verkürzung nach einer plötzlichen Entlastung des Fadens beobachtet.

Vergleicht man nun mit der Gesammtverlängerung 76^{mm} Anfangszahl 24^{mm} der Reihe mit $7^0,6$, so zeigt sich, daſs bei dem Kautschuk in solcher Temperatur die Gesammtausdehnung zum bei weitem gröſsten Theile als Nachwirkung vor sich geht. Man kann überschlagen, daſs zur Zeit $t = 0{,}008^{min}$ ($\frac{1}{2}$ Sec.) die vorhandene Verlängerung etwa 14 bis 16^{mm} betragen hat. Also geht in der ersten halben Secunde nur etwa der 5. Theil der Gesammtausdehnung vor sich.

Hiernach dürfte man zweifelhaft werden, ob für den Kautschuk überhaupt eine Theilung der elastischen Formänderungen in plötzliche und nachwirkende statthaft ist.

Jedenfalls aber hat es unter solchen Verhältnissen gar keinen Sinn mehr, von einem Elasticitätsmodul schlechthin zu reden, denn derselbe wird, aus Schwingungen bestimmt, das mehrfache von der Zahl betragen, welche man durch dauernde Belastungen erhält.

Mit dem hier gefundenen groſsen Einfluſs der Temperatur auf die Nachwirkung stimmen die Resultate von Exner[1]) überein, welche eine bedeutende Zunahme der Schallgeschwindigkeit im Kautschuk mit sinkender Temperatur ergeben: bei 60^0 etwa die Hälfte von derjenigen bei 0^0.

Hingegen scheint mir der von Exner aus diesen Resultaten gezogene Schluſs nicht ohne weiteres statthaft, daſs

1) Wiener Sitz.-Ber. 1874, Jan. 22.

man nicht zur Frklärung der bekannten, auffälligen Contraction des belasteten Kautschuk durch Temperatursteigerung eine Zunahme des Elasticitätsmodul mit der Temperatur annehmen dürfe. Denn aus obiger Tabelle ergiebt sich, dafs man von der Schallgeschwindigkeit durchaus nicht auf den statischen Elasticitätsmodul, welcher doch hier in Betracht kommt, schliefsen darf.

7. Beobachtungen in den ersten Secunden.

Gegen den Ausdruck II $x = \frac{c}{t^a}$ kann, wie ich selbst natürlich gleich bemerkt habe (CXIX, 360), eingewandt werden, dafs er die Zeit Null nicht mit darstellt. Hierauf läfst sich zunächst antworten, dafs dies auch nicht seine Aufgabe seyn kann, denn für die statische Nachwirkung kommt diese Zeit nicht mehr in Betracht. Man könnte natürlich unserer Zeit t eine Constante hinzufügen, um das Unendlichwerden für $t = 0$ zu verhindern, wodurch zugleich noch eine bessere Uebereinstimmung zu erzielen wäre; indessen ergeben die Beobachtungen, dafs diese Constante von Null wenig verschieden ist, und aus den vorliegenden Beobachtungen läfst sich eine numerische Bestimmung nicht mit einiger Sicherheit ausführen.

Ferner wird aber der Einwand erheblich entkräftigt werden, wenn wir einmal fragen, von welcher Ordnung diese Zeit „Null" ist, für welche die Formel mit den erfahrungsgemäfs gefundenen Coëfficienten sinnlos grofse Zahlen liefert. Rechnen wir z. B. zurück bis zu dem Augenblick t, in welchem die Formel S. 359 für die allmähliche Ausdehnung durch 4^{gr} den Werth $y = 0$ ergiebt, so findet sich $t = 0^{min},000025$. Das ist ein Werth, welcher selbst nur ein kleiner Bruchtheil ist von der Schwingungsdauer eines unbelasteten Kautschukfadens von unserer Länge.

Stellt man die gleiche Frage für die früheren Versuche mit dem Silberdraht, etwa für den Fall, dafs der Draht 1^{min} gedrillt gewesen war, und berechnet, für welches t die damals gefundene Formel eine Nachwirkung gleich

der ganzen vorausgegangenen Torsion ergiebt, so findet man (in mittlerer Temperatur) $t = 0^{\text{min}},00000002$, also eine noch viel kleinere Zeit.

Bei den Längs-Nachwirkungen nach kürzeren Drehungen (§. 4) kommt man freilich durch das gröfsere α auf gröfsere t, allein selbst im ungünstigsten Falle doch nur auf $0^{\text{min}},0025$, sowie an dem Glasfaden nach Boltzmann (§. 3) auf $0^{\text{min}},0006$.

Es ist also der erwähnte Einwand praktisch hinfällig.

Um nun aber zu prüfen, wenn auch nur angenähert, ob für die allerersten, der Beobachtung zugänglichen Zeiten wirklich eine Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung stattfinde oder nicht, habe ich die Ablesungen am Kautschukfaden schon 1^{sec} nach vermehrter Belastung anzustellen gesucht. Ich legte zur Zeit 0 rasch aber vorsichtig ein Gewicht von 2^{gr} auf, welches, um den Stofs zu verringern, aus vier durch Fädchen verbundenen Gewichtchen zusammengesetzt war, die sich nach einander auf die Wagschale aufsetzten. Der Faden senkte sich dann, ohne dafs beträchtliche Längsschwingungen eintraten, allmählich, und es gelang, schon 1^{sec} nach der Belastung eine Ablesung zu erhalten. Natürlich wurde mit blofsem Auge abgelesen. Indem aber der Versuch oft wiederholt wurde, erhielt man auch hier durch Mittelnehmen leidlich genaue Resultate. Nach kurzer Zeit wurde stets entlastet und zum nächsten Versuch gewartet, bis der Faden für einige Minuten merklich constant blieb.

Ich las bei der einen Hälfte der Versuche auf 1, 4, 7 . ., bei der andern Hälfte auf 2, 5, 8 . . Secunden ab, so dafs ein vollständiges Bild des ganzen Vorganges erhalten wird. (Tab. X.)

Berechnet man nun für die Beobachtungszeiten t nach der Formel (S. 359) $y = 176{,}4 - \frac{55{,}5}{t^{0{,}109}}$, so findet man, dafs die gewonnenen Zahlen mit 0,495 multiplicirt die hier beob-

achteten so vollkommen darstellen, als die Genauigkeit der Beobachtung es nur erwarten läfst[1]).

Tabelle X.

Beobachtungen des Kautschukfadens in den ersten Secunden.

t		y	Δ
sec	min	mm	
1 =	0,017	44,9	−0,5
2	0,033	47,3	+0,2
4	0,067	50,2	+0,2
5	0,083	51,1	+0,2
7	0,117	52,5	+0,1
10	0,167	54,0	±
15	0,250	55,4	±
20	0,333	56,4	−0,1
30	0,5	57,7	±
40	0,667	58,6	±
60	1,0	59,8	±
80	1,33	60,5	+0,2

In unserem Falle kann man also nach der aus den späteren Zeiten entwickelten Formel mit naher Uebereinstimmung bis auf sehr frühe Zeiten zurückrechnen.

8. Nachwirkung nach Biegungen.

Die Biegung von Metall- oder Glasstäben lieferte keine Nachwirkung, welche genügend grofs gewesen wäre, um sie, ohne feinere Messungsmittel, genau zu beobachten. Ein Holzstab gab viel beträchtlichere Nachwirkungen, am stärksten jedoch zeigte sie ein Stab aus *Hartkautschuk*, welcher zu den folgenden Beobachtungen diente.

Der Stab war 16^{mm} breit, 3^{mm} dick. Er wurde hochkant mit dem einen Ende in einen Schraubstock geklemmt; die freie Länge betrug 600^{mm}. Die Biegungen erfolgten also in einer horizontalen Ebene und wurden vom Gewicht des Stabes nicht beeinflufst.

1) Das Verhältnifs 0,495 ist etwas gröfser als das früher gefundene 0,463. Diefs kann daher rühren, dafs die Belastung vielleicht etwas mehr als 2^{gr} betrug. Sie war aus Drahtstücken zusammengebunden und vielleicht nicht vollkommen abgeglichen worden. Da die Stückchen nicht mehr existiren, kann ich diefs leider nicht entscheiden.

Nachwirkung nach einer 18 Stunden dauernden Krümmung des Stabes zu einem Krümmungshalbmesser von 300^{mm}.

Diese Krümmung war über den ganzen Stab ziemlich gleichmäfsig vertheilt gewesen. Die Nachwirkung äufserte sich in einer zurückbleibenden, anfangs sehr beträchtlichen Krümmung, welche zuerst rasch, dann langsam abnahm und während einer ganzen Woche verfolgt werden konnte. Alsdann war der Stab wieder fast vollständig gestreckt. Die Krümmungshalbmesser waren beiläufig nach

5^{sec}	1^{min}	10^{min}	1^{h}	10^{h}	1^{t}	2^{t}	4^{t}	6^{t}
1,4	1,6	2,0	2,7	5,8	8,6	12,5	29	50^{met}.

Zur Beobachtung der Krümmung war unterhalb des freien Endes des Stabes ein Mm.-Maafsstab befestigt; auf demselben las man die Abweichungen x dieses freien Endes von der Einstellung bei gestreckter Gestalt ab. Zur Vermeidung der Parallaxe diente ein dem Maafsstab untergelegter Spiegel.

Die folgende Tabelle enthält diese x in Millimetern, aber bereits in der Weise corrigirt, dafs sie dem augenblicklichen Krümmungshalbmesser ϱ umgekehrt proportional sind, also ein Maafs für die Krümmung selbst darstellen. Man erhält ϱ in Metern:

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{x}{180}.$$ [1])

1) Wenn ein an einem Ende eingeklemmter Stab von der Länge l zu einem constanten Krümmungshalbmesser ϱ gebogen ist, und wenn man dabei den Abstand des freien Endes vom Klemmpunkte durch r, von der geraden Richtung des Stabes durch x bezeichnet, so ist $\frac{1}{\varrho} = \frac{2x}{r^2}$. Für mäfsige Werthe von x wird aber $\frac{l^2}{r^2} = 1 + \frac{1}{3}\frac{x^2}{l^2}$, also

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{2}{l^2}\, x\left(1 + \frac{1}{3}\frac{x^2}{l^2}\right).$$

Es ist also die Krümmung $\frac{1}{\varrho}$ der Ablenkung x, nach Anbringung einer Correction, einfach proportional. Die x der Tabelle sind bereits in dieser Weise corrigirt.

Es zeigte sich nun, daſs auch hier die Krümmung x sehr nahe der Formel I (S. 338) verschwindet. Setzt man

$$C = 136{,}7 \qquad a = 0{,}1979 \qquad m = 0{,}312,$$

so bedeutet Δ (Tab. XI) den Ueberschuſs der Rechnung über die Beobachtung.

Tabelle XI.

Nachwirkung nach einer 18stündigen Biegung eines Stabes aus Hartkautschuk.

t	x	Δ	t	x	Δ
min			min		
0,083	126,5	−1,7	20	82,5	+0,1
0,2	122,0	−0,7	30	76,7	+0,5
0,33..	119,0	−0,1	50	70,0	−0,1
0,5	116,5	±	80	64,0	−1,2
0,66..	114,5	+0,3	350	37,9	+2,1
1	112,0	+0,1	633	30,3	+0,8
1,5	108,5	+0,7	1310	22,2	−0,9
2	106,6	+0,3	1745	18,5	−0,5
3	102,9	+0,5	2850	14,4	−1,6
5	98,3	+0,1	2970	12,4	±
7	94,6	+0,5	4300	8,4	+0,9
10	90,9	+0,2	5700	6,3	+0,9
15	86,1	+0,1	8530	3,6	+1,3

Die Anfangstemperatur war 17°,8; sie stieg in den ersten 30^{min} auf 18°,1. Später schwankte sie zwischen 16,2 und 19°,6. Dabei zeigte sich deutlich eine Einwirkung der Temperatur in gleichem Sinne, wie früher an dem Silberdraht gefunden wurde. Eine Temperatur-Erhöhung beschleunigte jedesmal die Rückkehr zur gestreckten Gestalt.

Am deutlichsten sieht man dies an den Beobachtungen für 2850 und 2970^{min}. In der Zwischenzeit war durch eine Unvorsicht der Stab etwa 10^{min} lang den Sonnenstrahlen ausgesetzt gewesen, wodurch alsbald ein Rückgang von etwa 1,5 Mm. erfolgte.

Die Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung ist so gut, wie diese Einflüsse es erwarten lassen.

Nachwirkung nach gewöhnlichen Durchbiegungen.

Zum Schlufs theile ich noch einige Nachwirkungen mit, welche an demselben Stabe aus Hartkautschuk beobachtet worden sind. Man hatte dem freien Ende des Stabes in gewöhnlicher Weise eine Durchbiegung von 150, 100 oder 50^{mm} ertheilt, sie während einer Minute bestehen lassen und dann den Stab in seine natürliche Lage zurückgeführt. Die x der folgenden Tabelle bedeuten die zur Zeit t dann vorhandenen Verticalabstände des freien Endes von der gestreckten Gestalt.

An der Reihe für die Durchbiegung 150^{mm} werde ich zeigen, dafs sie sich durch

$$x = 29{,}92 \cdot e^{-2{,}578 \cdot t^{0{,}21}}$$

sehr genähert darstellen läfst.

Die anderen Reihen zeigen sich der genannten so gut wie genau proportional. Berechnet man

$$x_{100} = 0{,}703 \cdot x_{150} \qquad x_{50} = 0{,}333 \cdot x_{150}\,,$$

so bleiben nur die Unterschiede Δ. Die Verhältnisse 0,703 und 0,333 sind wie man sieht nahe gleich $\frac{100}{150}$ und $\frac{50}{150}$, d. h. den Verhältnissen der vorausgegangenen Durchbiegungen.

Die Temperatur hat hier einen ganz ähnlichen Einflufs wie auf die Torsion des Silberdrahtes: die Nachwirkung ist in niederer Temperatur geringer, wie man aus der vierten Reihe (Tab. XII) sieht. Diese Reihe, bei $10^0{,}0$ beobachtet, läfst sich darstellen durch Multiplication der bei $16^0{,}4$ erhaltenen Zahlen mit 0,623. Es ist also bei 10^0 die Nachwirkung nicht einmal $\frac{2}{3}$ von derjenigen bei $16^0{,}4$.

Aehnlich verhalten sich Nachwirkungen nach Durchbiegungen von 100^{mm} in niederer Temperatur.

Jede Reihe ist das Mittel aus mehreren Beobachtungen, wefswegen die Ablenkungen auf Hundertel des Millimeters angegeben werden.

Tabelle XII.

Nachwirkung nach Durchbiegungen des Stabes aus Hartkautschuk von 1^min Dauer.

Durchbiegung =	150mm		100mm		50mm		150mm	
Temperatur =	16°,4		17°,9		17°,8		10°,0	
t	x	Δ	x	Δ	x	Δ	x	Δ
min								
0,083 .	6,43	+0,05	4,70	−0,18	2,15	−0,01		
0,166 .	5,18	−0,08	3,53	+0,11	1,67	+0,06	3,40	−0,16
0,33 . .	3,83	+0,03	2,67	+0,02	1,29	−0,01	2,35	+0,04
0,66 . .	2,78	+0,03	1,97	−0,02	0,94	−0,01	1,80	−0,06
1	2,22	+0,05	1,60	−0,04	0,77	−0,03	1,35	+0,04
1,5	1,80	+0,01	1,22	+0,05	0,58	+0,02	1,12	±
2	1,50	+0,02	1,03	+0,02	0,48	+0,02	0,95	−0,01
3	1,10	+0,06	0,77	±	0,35	+0,02	0,80	−0,11
5	0,87	−0,06	0,58	+0,03	0,25	+0,04	0,47	+0,07
7	0,65	−0,03	0,45	+0,01	0,22	±0	0,35	+0,06
10	0,55	−0,09	0,33	+0,06	0,15	+0,03	0,26	+0,08
15	0,30	+0,02	0,27	−0,06			0,20	−0,01

Die beobachtete Nachwirkung nach der Durchbiegung unterscheidet sich von den früher für Torsion und Ausdehnung gefundenen dadurch, dafs für kleine Durchbiegungen nicht die einfachere Form II des Verlaufs auftritt. Zu beachten ist aber auch, dafs die Durchbiegung eine verwickeltere Gestaltsänderung darstellt. Erstens sind die Längsfasern theilweise verkürzt, theilweise ausgedehnt, ferner aber waren bei den Biegungen dieses § wie bei jeder gewöhnlichen Durchbiegung ja auch die Krümmungen der einzelnen Stabtheile ungleich, nämlich von dem freien Ende mit Null anfangend und bis zum gröfsten Werth an dem eingeklemmten Querschnitt wachsend. Es ist also die gewöhnliche Durchbiegung überhaupt zur Erforschung elementar einfacher Verhältnisse wenig geeignet.

9. Nachwirkung aufeinanderfolgender Deformationen von entgegengesetzter Richtung.

Allgemein hat die elastische Nachwirkung ihren Charakter dahin geäufsert, dafs eine ihr zugehörige Formänderung eines Körpers um so langsamer verschwindet,

je längere Zeit bereits seit der primären Gestaltsänderung verflossen ist.

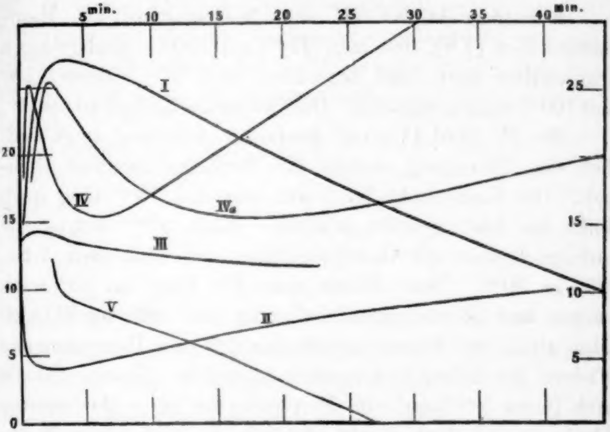
Falls nun verschiedene Nachwirkungen in einem Körper sich gewissermaſsen übereinanderlagern, so erschien es nach dem Obigen denkbar, daſs man einem Körper einen Zustand mittheilen kann, in welchem er von selbst aus einer Bewegungsrichtung in die entgegengesetzte übergeht. Wenn man z. B. einem elastischen Körper zuerst eine groſse oder lange dauernde Deformation mitgetheilt hatte und demnächst eine kleinere und kürzere von entgegengesetztem Vorzeichen, worauf man den Körper sich selbst überläſst, so wäre zu erwarten, daſs anfangs die frischere Nachwirkung von der späteren Deformation überwiegt. Als die frischere aber wird sie rascher vergehen, und bei geeigneten Gröſsenverhältnissen kann nach einiger Zeit die ältere Nachwirkung wieder das Uebergewicht erhalten. Die Bewegungsrichtung des Körpers würde demnach ihr Vorzeichen wechseln.

Diese Vermuthung erschien mir interessant genug, sie zu prüfen. Denn, abgesehen von der Merkwürdigkeit, welche ein elastischer Körper bietet, der sich temporär freiwillig von seiner Gleichgewichtsgestalt weiter entfernt, wünschte ich das hervorgehobene Charakteristicum der Nachwirkung auf diese Weise schlagend zu bestätigen. Auch die Frage nach der Uebereinanderlagerung verschiedener Nachwirkungen verdient eine Prüfung.

Wie man aus dem Folgenden sehen wird, erfüllt sich in der That die obige Vermuthung in vollkommenster Weise, und zwar habe ich bei Torsion, Ausdehnung und Biegung Nachwirkungen bewirkt, die ihre Richtung wechselten.

Diese Beobachtungen ausführlich in Zahlen darzustellen würde nur dann einen Zweck haben, wenn man mit einem Material arbeitet, welches eine constante Gleichgewichtslage besitzt. Die unvermeidliche Ueberschreitung der Elasticitätsgränze macht bei dem Kautschuk die Einstellungen vor und nach der Deformation unvergleichbar. Ich

beschränke mich deſswegen auf eine graphische Darstellung einiger von diesen sonderbaren Bewegungen.



Die Curve I bezieht sich auf die Torsion eines 300^{mm} langen Kautschukfadens von der früher gebrauchten Sorte. Er war oben fest aufgehängt und trug unten einen sehr leichten Zeiger über einer Kreistheilung. Zuerst war der Faden einen Tag lang um 1080^0 gedrillt gewesen. Losgelassen hatte er eine sehr starke Nachwirkung gezeigt, von welcher in 10^{min} etwa 180^0 abgelaufen waren. Die anfängliche Geschwindigkeit von etwa 10^0 in 1^{sec} war nach und nach auf etwa $\frac{1}{30}{}^0$ gefunden. Nun drillte man 40^{sec} lang um 360^0 nach der anderen Seite. Die Bewegung, welche der Zeiger hiernach zeigte, wird durch die Curve I dargestellt. Als Ordinaten-Einheit gilt der Bogen-Grad.

Der Faden bewegte sich also zuerst rasch im Sinne der zweiten Nachwirkung, dann verlangsamte sich diese Bewegung und ging nach $3{,}5^{min}$ in die entgegengesetzte über, mit einem Wendepunkte nach abermals etwa 10^{min}.

Nr. II giebt die anfängliche Verlängerung und nach etwa $1{,}5^{min}$ darauf folgende Verkürzung des in § 4 bis 7 gebrauchten Kautschukfadens in Mm.; seine Belastung war

zunächst um 4 Gr. vermindert worden, nach 6^{min} hatte man den Faden 1^{min} lang um 40^{mm} verkürzt festgehalten und nun sich selbst überlassen. Die Temperatur war $6^0{,}6$.

Ebenso giebt Nr. III eine Nachwirkung des Kautschukstabes (§ 8), den man 27^{min} um 150^{mm} durchgebogen festgehalten hatte und demnächst nach 5^{min} während 1^{min} um 100^{mm} entgegengesetzt. Die Ordinaten-Einheit ist $= \frac{1}{2}^{\mathrm{mm}}$.

Nr. IV (und IVa mit dreifacher Abscisse) zeigt endlich eine Bewegung, welche ihre Richtung zweimal wechselt. Der Kautschukfaden I war zunächst 19^{min} lang nach links um 180^0 gedrillt gewesen. Nach 50^{min} betrug die anfangs bedeutende Geschwindigkeit nur noch etwa 1 Sc. Th. in 30^{sec}. Nun drehte man 3^{min} lang um 55^0 nach rechts und gleich darauf 5^{sec} lang um 180^0 nach links. Man sieht, wie hierauf zuerst (bis $\frac{3}{4}^{\mathrm{min}}$) die Bewegung des Fadens der dritten Deformation entspricht. Daran schliefst sich (etwa 5^{min} lang) eine Bewegung im Sinne der zweiten Drehung und dann macht allmählig die hartnäckige Nachwirkung von der ersten Drehung her ihr Recht geltend.

Diese Versuche wird Jeder leicht wiederholen können. Sehr geeignet für dieselben ist, wegen seiner colossalen Nachwirkung, auch ein Wachsstab (von einem Wachsstock abgeschnitten), den man biegt.

Selbstverständlich mufs man die Verhältnisse der Dauer und Grösse der Deformationen geeignet auswählen, um die Umkehrbewegungen zu erhalten; sonst entstehen nur Curven mit Wendepunkten, so wie z. B. Nr. V eine Nachwirkung nach drei abwechselnd gerichteten Torsionen darstellt.

Ich kenne wenig so überraschende Vorgänge, wie diese freiwilligen Bewegungsänderungen eines leblosen Körpers. Wenn schon die ganze elastische Nachwirkung höchst merkwürdig erscheint und bis jetzt keine befriedigende physikalische Erklärung gefunden hat, so fordert dieses gleichzeitige Bestehen mehrerer Nachwirkungen in einem und demselben Körper unbedingt eine Abänderung der Vorstellungen, welche der gegenwärtigen Elasticitäts-

theorie zu Grunde liegen. Durch die freiwillige Umkehr der in einer Richtung stattfindenden Gestaltsänderung in die entgegengesetzte Richtung wird direct bewiesen, *dafs mit einer und derselben äufseren Gestalt verschiedene Anordnungen der Molecüle verbunden seyn können, und dafs es Kräfte der Elasticität giebt, welche die Gestalt eines Körpers zeitweilig von seiner Gleichgewichtslage entfernen können.*

Würzburg, Februar 1876.

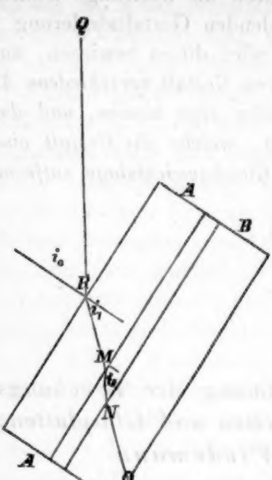
II. *Methoden zur Bestimmung der Brechungsexponenten von Flüssigkeiten und Glasplatten; von Eilhard Wiedemann.*

Bereits vor mehr als einem Jahr habe ich in den *Archives des sciences physiques et naturelles* [1]), eine vorläufige Notiz über einige neue Methoden zur Bestimmung der Brechungsexponenten von Flüssigkeiten und Glasplatten publicirt. Ich erlaube mir hier diese Methoden ausführlich mitzutheilen, umsomehr als die HH. Terquem und Trannin [2]), wohl ohne jene Notiz zu kennen, ein halbes Jahr später die eine derselben von Neuem veröffentlicht haben.

Es seyen AA und BB (siehe umstehender Figur) zwei Glasplatten, die an den Rändern so aneinander gekittet sind, dafs sich zwischen ihnen eine von allen Seiten vollkommen begränzte planparallele Luftschicht befindet. Die beiden Glasplatten tauchen in eine Flüssigkeit.

Ist dann QR ein auf die Platte AA fallender Lichtstrahl; RM, MN, NO, OP sein Weg in AA, in der

1) *Arch. d. sc. phys. et nat.* 1874 Bd. LI, *p.* 340.
2) *Journ. de phys.* 1875 Bd. IV, *p.* 232; cf. auch diese Ann. Bd. 157, S. 302.



dünnen Luftschicht, in der zweiten Glasplatte *BB* und nach dem Austritt aus derselben; sind i_0, i_1, i_2 die Winkel, welche die Strahlen *QR*, *RM* und *MN* mit der Normale auf der Vorderfläche von *AA* bilden, und sind n_1 und n_2 die Brechnungsexponenten beim Uebergang aus Luft in Glas und in die betreffende Flüssigkeit, so ist

$$\frac{\sin i_0}{\sin i_1} = \frac{n_1}{n_2} \text{ und } \frac{\sin i_2}{\sin i_1} = n.$$

Ist die Neigung der Platten gegen den einfallenden Strahl derart, daſs an der Gränze von Glas und Luft totale Reflexion eintritt und ist i_1 der Gränzwinkel derselben, so ist

$$i_2 = 90^0 \text{ also}$$

$$\frac{1}{\sin i_1} = n_1 \text{ so daſs}$$

$$n_2 = \frac{1}{\sin i_0}.$$

Kennen wir demnach den Winkel i_0, für den totale Reflexion eintritt, so können wir den Brechungsexponenten der Flüssigkeit bestimmen. Wenn aber bei einer Lage *xx* der Vorderfläche von *AA* totale Reflexion eintritt, so wird dies auch bei einer Lage *yy* der Fall seyn, bei der die Normale auf der Vorderfläche von *AA* um ebensoviel aber nach der entgegengesetzten Seite, gegen den einfallenden Strahl geneigt ist, wie in der Lage *xx*. Bestimmt man also den Drehungswinkel der Glasplatten aus der einen Lage in die andere, so giebt

der reciproke Sinus des halben Drehungswinkels den Brechungsexponenten beim Uebergang aus Luft in die betreffende Flüssigkeit.

Da aber die Brechungsexponenten für das blaue Licht gröfser sind, als für das rothe, so mufs die totale Reflexion für das erstere schon bei einem kleineren Einfallswinkel eintreten als für das letztere.

Drehen wir daher die Glasplatten so, dafs der Winkel i_0 immer gröfser wird, so werden die Farben vom blau an verschwinden; es scheint sich über das von dem durchgehenden Licht entworfene Spectrum eine schwarze Wand vom Blau her nach dem Roth zu schieben, deren Gränze den Beginn der totalen Reflexion anzeigt.

Der Apparat war zu den Messungen folgendermaafsen aufgestellt: Das von einer Gaslampe gelieferte Licht fiel auf den Spalt eines Collimatorfernrohrs, über den ein Querfaden gezogen war. Der Spalt befand sich im Brennpunkt der Collimatorlinse. Die aus dieser austretenden parallelen Strahlen fielen auf die Vorderwand eines parallelepipedischen Kastens, der aus ziemlich planparallelen Spiegelglasplatten zusammengekittet war, und zwar mit Wasserglas oder Schellack, je nach den hineinzugiefsenden Flüssigkeiten. In diese tauchte das Plattenpaar. Um die Temperatur constant zu erhalten, setzte man diesen Kasten in einen zweiten, mit Watte ausgestopften hölzernen, in dessen vordere und hintere Wand Oeffnungen geschnitten waren. Der äufsere Kasten diente zu gleicher Zeit zum Abhalten etwa vorhandenen fremden Lichtes. Um die Drehungen der Platten zu messen, wurden sie an einen Metallstab befestigt, der durch die durchborte Axe eines Theodoliten hindurchging oder aber an einem T-förmigen Bügel, der an Stelle des Beobachtungsfernrohres eines Spectralapparates angebracht war. An dem Theodolit liefsen sich mittelst Mikroskopen Secunden, an dem Spectralapparat mit dem Nonius je 10 Sekunden ablesen.

Die vordere planparallele Glasplatte besafs eine Breite

von 44^{mm}, eine Höhe von 39^{mm}, eine Dicke von 5^{mm}. Die hintere war etwas gröfser, sie wurde an ihrem oberen Ende an eine Metallplatte angekittet, die mittelst dreier Schrauben und einer Feder gegen eine andere vertikale Metallplatte geneigt werden konnte. Die letztere wurde dann an den Metallstab oder Bügel angeschraubt. Vor dem Zusammenkitten wurden zwischen die beiden Glasplatten an den Ecken vier Glimmerblättchen gelegt, um so der Luftschicht zwischen ihnen eine passende Dicke zu geben. Liegt diese nähmlich unter einer bestimmten Gränze, so tritt nicht auf einmal bei einem bestimmten Einfallswinkel ein plötzliches Verschwinden des durchgehenden Lichtes ein, es zeigt sich deshalb auch im Spectrum keine scharfe Gränze, sondern ein allmählicher Uebergang zwischen Hell und Dunkel, so dafs scharfe Einstellungen unmöglich werden[1]). Ist dagegen die Luftschicht zu dick, so treten die stets sich zeigenden Interferenzstreifen (s. w. u.) in so grofser Zahl und so nahe neben einander auf, dafs die Gränze verwaschen erscheint. Bei einer mittleren Dicke dagegen, die sich leicht durch Probiren mit verschiedenen dicken Glimmerblättchen finden läfst, ist das Spectrum von einzelnen weit von einander abstehenden Interferenzstreifen durchzogen und die Gränze der totalen Reflexion ist ganz scharf. Zum Kitten selbst diente ein Gemisch von Colophonium und Wachs, das schwerer schmilzt als reines Wachs und sich auch nicht so leicht zwischen die beiden Glasplatten hineinzieht.

Um den ganzen mit Flüssigkeit gefüllten Kasten um eine vertikale Axe drehen zu können, wurde er auf einer Spiegelglasplatte befestigt, welche auf einer anderen Platte, die sich durch drei Schrauben neigen liefs, verschiebbar war.

Nachdem die Lichtstrahlen die Glasplatten und den Glastrog durchlaufen hatten, fielen sie auf ein Prisma, das

1) E. Quincke, Pogg. Ann. Bd. 127, S. 1 u. flg., wo auch die Literatur über frühere derartige Beobachtungen zu finden ist.

wieder auf einem Tisch mit Stellschrauben stand und endlich auf ein auf Unendlich eingestelltes und um eine horizontale Axe drehbares Beobachtungsfernrohr. Es war dies entweder eines der Fernrohre am Spectralapparat, welches sich also unmittelbar um die vertikale Axe drehen liefs, oder das Fernrohr ruhte auf einer Glasplatte, die sich auf einer zweiten gröfseren auf den Tisch gekitteten Spiegelglasplatte mit Leichtigkeit sich selbst parallel verschieben liefs. Eine derartige Einrichtung empfiehlt sich überhaupt für viele Versuche, bei denen es sich um parallele Verschiebungen handelt.

Die Einstellung des Apparates geschah nach den bekannten Methoden in der Weise, dafs zunächst das Beobachtungs- und Collimatorfernrohr senkrecht zur Drehungsaxe, die Doppelplatte und die Vorderfläche des Kastens dagegen parallel derselben gestellt wurden; dann wurde das Prisma aufgestellt und vermittelst der mit ihm verbundenen drei Schrauben so geneigt, dafs der im Spectrum zu einer geraden Linie verlängerte Querfaden durch den Schnittpunkt des Fadenkreuzes im Beobachtungsfernrohr ging.

Um für eine Metalllinie die Messungen anzustellen, bringt man in die Flamme eines Bunsen'schen Brenners die betreffende Salzperle und stellt das Fadenkreuz des Beobachtungsfernrohres auf dieselbe ein. Dann ersetzt man den Bunsen'schen Brenner durch eine hellleuchtende Flamme, dreht die Doppelplatten so lange, bis das Spectrum bis zum Fadenkreuz verschwunden ist und liest die Stellung der Glasplatte am Theilkreis ab. Auf dieselbe Weise bestimmt man die zweite Lage, bei der totale Reflexion eintritt und erhält daraus nach dem Früheren den Brechungsexponenten der Flüfsigkeit für die betreffende Farbe.

Die folgenden Zahlen geben die beobachteten Brechungsexponenten für Wasser bei verschiedenen Temperaturen. Um letztere zu erhalten, wurde kaltes oder heifses Wasser zu dem bereits im Kasten enthaltenen gegossen.

Es ist der Brechungsexponent
für die Lithiumlinie:

bei 15° 1,33138; 18°,2 1,33102; 19°,4 1,33087;
21° 1,33077; 25° 1,33047;

für die Natriumlinie:

bei 13° 1,33350; 17° 1,33314; 19°,2 1,33297;
21° 1,33285; 24° 1,33253;

für die Thalliumlinie:

bei 13°,6 1,33532; 18°,8 1,33495; 21° 1,33470;
22° 1,33454; 25° 1,33443.

Die obigen Zahlen stimmen fast vollkommen mit den von den HH. Rühlmann, van der Willigen und Wüllner gefundenen überein. Der Mittelwerth aus ihren Beobachtungen ist für die *D*-Linie bei 19°,1 1,33297; aus meinen Beobachtungen folgt dieselbe Zahl; doch ist diese Uebereinstimmung wohl nur zufällig, da sowohl ihre als auch meine Zahlen um 5 Einheiten der 5. Decimale von einander abweichen.

Für die Aenderung der Brechungsindices zwischen 15° und 25° ergiebt sich für jeden Grad bei der Lithiumlinie 0,00011, bei der Natriumlinie 0,00009 und bei der Thalliumlinie 0,000094.

Für Cassiaöl ergab sich nach derselben Methode (nur war das zum Aneinanderkitten der Glasplatten benutzte Colophonium und Wachsgemisch noch mit Hausenblase bestrichen),
für:

Lithiumlinie 20° 1,57592; 25° 1,57516,
Natriumlinie 20° 1,58624; 25° 1,58569,
Thalliumlinie 20° 1,59656; 22° 1,59615.

Eine ganz ähnliche Methode kann zur Bestimmung der Brechungsexponenten von planparallelen Platten von Glas dienen.

Es wird dazu der Trog mit einer Flüssigkeit gefüllt, die stärker als die betreffende Glasplatte das Licht bricht,

die frühere Doppelplatte durch die Glasplatte ersetzt und im Uebrigen wie früher verfahren.

Der reciproke Sinus des halben Winkels zwischen den beiden Lagen der Platte, bei denen totale Reflexion stattfindet, giebt den Brechungsexponenten aus dem Glas in die Flüssigkeit. Dividiren wir mit diesem in den Brechungsexponenten der Flüssigkeit gegen Luft, so erhalten wir den Brechungsexponenten von Luft in Glas.

Als Flüssigkeit empfiehlt sich in den meisten Fällen Cassiaöl, in welchem sich bei grofsem Brechungsindex nicht so leicht Schlieren zeigen wie in dem Schwefelkohlenstoff, namentlich wenn letztere verdunstet.

Eine Reihe von Bestimmungen ergaben z. B. bei einer Glasplatte für die Lithium-, Natrium- und Thalliumlinie die folgenden Brechungsindices:

Lithium	1,51416; 1,51413; 1.51365
Natrium	1,51741; 1,51654; 1,51677
Thallium	1,51916; 1,5197.

Für eine zweite Platte aus anderem Glas:

Natrium	1,50908; 1,50926; 1,50917
Thallium	1,51187; 1,51187; 1,51225.

Es findet somit eine Uebereinstimmung der einzelnen Zahlen bis auf etwa 5 Einheiten der vierten Decimale statt. Ein Fehler bei diesen Bestimmungen ist dadurch bedingt, dafs die Glasplatte eine endliche Dicke besitzt. Aufser den streifend austretenden Strahlen treffen auch noch andere die Hinterfläche nicht; es sind dies diejenigen, welche nach der Brechung von den schmalen Seitenflächen aufgefangen werden, denen also ein kleinerer Einfallswinkel als der Gränzwinkel der totalen Reflexion entspricht. Es beträgt übrigens dieser Fehler, wenn sich die Breite der Platte zu ihrer Dicke wie 1 : 50 verhält, nur noch etwa 5 Einheiten der 4. Decimale.

Es wird die Methode natürlich um so genauer, je dünner die Platte ist und empfiehlt sich daher besonders bei sehr dünnen Platten, an die es nicht möglich ist, Prismenflächen anzuschleifen wie dies z. B. bei den Glas-

platten auf die die Gitter geritzt sind, der Fall ist. Ebenso eignet sie sich zur Bestimmung der Brechungsexponenten dünner Krystallplatten.

Es sey mir gestattet, noch einige Bemerkungen über die zwischen den beiden Glasplatten der Doppelplatte bei der Gränze der totalen Reflexion auftretenden Interferenzstreifen beizufügen. Die Luftschicht sey so dick, daſs die Gränze der totalen Reflexion scharf ist.

Die Doppelplatte habe eine solche Lage, daſs das ganze Spectrum ausgelöscht ist und werde langsam so gedreht, daſs der auffallende Strahl kleinere und kleinere Winkel mit der Normalen auf der vorderen Fläche bildet. Es rückt dann die Gränze der totalen Reflexion vom Roth zum Blau und ihr parallel wandern dunkele Interferenzstreifen durch das Spectrum; bei einem bestimmten Einfallswinkel theilt sich einer derselben im Roth in zwei, zwischen denen bei weiterem Drehen ein neuer auftritt, der sich selbst wieder theilt und zwar an einer Stelle im Spectrum, die weiter nach dem Blau liegt, und so verschiebt sich der sich theilende Streifen vom Roth zum Blau; die aus ihm gebildeten Streifen rücken einestheils mit der Gränze der totalen Reflexion vom Roth zum Blau, anderntheils aber vom Blau zum Roth. Bei einem Einfallswinkel, der so klein ist, daſs der sich theilende Interferenzstreifen vollkommen auſserhalb des Spectrums jenseits des Blau liegt, bewegen sich alle Interferenzstreifen vom Blau zum Roth; bei einem Einfallswinkel dagegen der nahe gleich dem Gränzwinkel der totalen Reflexion für die mittleren Theile des Spectrums ist, alle vom Roth zum Blau. Je kleiner übrigens der Einfallswinkel wird, um so undeutlicher werden die Interferenzstreifen und um so näher rücken sie an einander.

Haben wir eine planparallele Schicht, auf die Lichtstrahlen unter dem Winkel i' fallen, ist ferner i' der Brechungswinkel, ist die Intensität des einfallenden Lichtes 1, r die des reflectirten, so ist, wie sich aus den Fresnel'-

schen Formeln ergiebt, das Verhältnifs der Intensitäten der Maxima und Minima im reflectirten Licht gegeben durch

$$\frac{4a^2 r^2}{(1+r^2)^2} : 0$$

d. h. es wechseln Stellen absoluter Dunkelheit mit solchen groſser Helligkeit ab. Im durchgehenden Licht ist dies Verhältniſs

$$\left(\frac{1+r^2}{1-r^2}\right)^2$$

dabei ist r für senkrecht zur Einfallsebene polarisirtes Licht

$$r = \frac{\operatorname{tg}(i-i')}{\operatorname{tg}(i+i')}$$

für parallel zu derselben polarisirtes aber

$$r = \frac{\sin(i-i')}{\sin(i+i')}$$

für kleine Einfallswinkel ist $\operatorname{tg}(i-i')$ und $\sin(i-i')$ im Verhältniſs zu $\operatorname{tg}(i+i')$ resp. $\sin(i+i')$ sehr klein, da bei kleinen Winkeln sich der Sinus derselben sehr schnell ändert, also r nahe gleich Null, so daſs $1-r^2$ nur wenig von der Einheit abweicht. Die Interferenzstreifen werden daher eine sehr geringe Intensität besitzen.

Ist dagegen i' nahe gleich 90°, d. h. sind wir nahe dem Gränzwinkel der totalen Reflexion, so wird nahezu

$$i'-i = 90-i \qquad i'+i = 90+i$$

so daſs $\left\{\frac{\operatorname{tg}(i-i')}{\operatorname{tg}(i+i')}\right\}^2$ und ebenso $\left(\frac{\sin(i-i')}{\sin(i+i')}\right)^2$ nahe gleich 1 wird.

Demnach erhalten wir für das obige Verhältniſs wie im reflectirten Licht, so auch hier im Durchgehend nahezu Unendlich, d. h. es müssen ganz dunkle Interferenzstreifen auftreten, die aber um so heller werden, je kleiner der Einfallswinkel wird.

Nachdem wir gezeigt haben, daſs die Interferenzstreifen eine groſse Intensität besitzen, betrachten wir jetzt die Lagenänderungen derselben im Spectrum, wenn wir die Einfallswinkel verändern.

Fallen Lichtstrahlen unter dem Einfallswinkel i auf

eine planparallele Schicht von der Dicke Δ, und ist der Brechungswinkel gleich i', so ist der Gangunterschied zweier Strahlen, von denen der eine direct durch die Schicht hindurchgeht, der andere aber erst nach einmaliger Reflexion an der hinteren Fläche mit ersterem zusammentrifft

$$\Delta \frac{\cos i'}{\lambda'}$$

wo λ' die Wellenlänge des Lichtes in der planparallelen Schicht bezeichnet. Es tritt ein Interferenzstreifen auf, wenn der obige Ausdruck $\frac{2\nu+1}{2}$ wird, wo ν eine ganze Zahl ist. Fällt weifses Licht auf die Platte, so verschiebt sich bei einer Drehung derselben der Interferenzstreifen und an jeder Stelle seines Auftretens mufs $\frac{\Delta \cos i}{\lambda'}$ denselben Werth annehmen. Die Richtung seiner Verschiebung ergiebt sich demnach aus den Werthen von $\frac{\cos i}{\lambda'}$, die die folgende Tabelle für eine Reihe von Einfallswinkeln enthält. In derselben bezeichnet n die Brechungsexponenten für den Uebergang aus Luft in Wasser (da der Lichtstrahl aus Wasser durch die planparallele Glasplatte in die Luftschicht eintritt, in der die Interferenz stattfindet); λ die Wellenlänge für die verschiedenen Farben in der dünnen Luftschicht.

	A'	B	C'	D	E	F	G	H
n	1,3292	1,33064	1,33142	1,33332	1,33553	1,33741	1,34077	1,34361
λ	7,609	6,871	6,565	5,898	5,272	4,864	4,311	3,938

Werthe von $\frac{\cos i'}{\lambda'} \cdot 100000$

48°,30	1242	1197	1142	887				
48°,15	1734	1748	1757	1738	1609	1362		
48°,6	1920	2016	2045	2091	2073	1971	1497	
47°,50	2256	2402	2462	2591	2689	2707	2582	2509
47°,40	2440	2619	2693	2862	3016	3081	3075	2941
47°,30	2616	2818	2906	3109	3313	3425	3502	3472
47°,20	2718	3005	3104	3342	3581	3729	3882	3920
47°,10	2934	3181	3290	3554	3830	4011	4231	4337

Bei dem gröfsten Einfallswinkel 48° 30′ nehmen die Gangunterschiede vom blauen zum rothen Ende fortwährend

zu, bei den Einfallswinkeln 48° 6′, 47° 50′, 47° 40′, 47° 30′ dagegen ist für eine bestimmte Farbe der Gangunterschied ein Maximum und zwar rückt die Stelle desselben um so weiter gegen das Blau hin, je kleiner der Einfallswinkel wird; bei 47° 20′ und 47° 10′ und kleineren Einfallswinkeln endlich nehmen die Gangunterschiede stetig vom Roth zum Blau zu. Es hat dies seinen Grund darin, dafs bei grofsen Einfallswinkeln i, der Cosinus des nahe 90° betragenden Brechungswinkels sich für die verschiedenen Farben sehr viel schneller als die Wellenlänge ändert, während dies bei kleineren Einfallswinkeln nicht mehr der Fall ist.

Ist bei einem bestimmten Einfallswinkel i_0 der Gangunterschied an irgend einer Stelle des Spectrums im Maximum m_0, so finden wir bei einem kleineren Einfallswinkel jenen Gangunterschied an zwei nach dem Blau und nach dem Roth gelegenen Stellen wieder, während zwischen denselben und zwar an einem mehr nach Blau hingelegenen Ort ein neues nunmehr gröfseres Maximum m des Gangunterschiedes auftritt.

Ist der maximale Gangunterschied m_0 für den Einfallswinkel i_0 ein ungerades Vielfaches von $\frac{\lambda}{2}$, so entspricht ihm ein Interferenzstreifen, der sich bei einer Drehung der Platte zu kleineren Einfallswinkeln in Zwei theilt, von denen der eine nach dem Blau, der andere nach dem Roth wandert, und zwischen denen bei hinlänglicher Drehung ein neuer Interferenzstreifen auftritt, sobald nämlich m bis zu dem nächst höheren ungeraden Vielfachen von $\frac{\lambda}{2}$ angewachsen ist.

Bei grofsen Einfallswinkeln, wie 48° 30′ liegt die Stelle des gröfsten Gangunterschiedes im ultrarothen Theile des Spectrum, die einzelnen Interferenzstreifen wandern vom Roth zum Blau.

Bei einem etwas kleineren Einfallswinkel haben wir den eben erörterten Fall, zwei Systeme von Interferenzstreifen, die nach entgegengesetzten Seiten auseinander-

gehen. Ist endlich der Einfallswinkel so klein, daſs das Maximum der Gangunterschiede im ultravioletten liegt, so wandern alle Interferenzstreifen vom Blau zum Roth, wie es auch die Beobachtung ergiebt.

Eine ähnliche Methode, wie die meinige, ist zur Bestimmung der Brechungsexponenten von Flüssigkeiten von Herrn Christiansen[1]) und unabhängig von ihm von Herrn Abbe[2]) vorgeschlagen und von Letzterem eingehend bearbeitet und vervollkommnet worden; man bringt bei derselben einen Tropfen der zu untersuchenden Flüssigkeiten zwischen die sich berührenden Flächen zweier Glasprismen und beobachtet den Eintritt der Gränze der totalen Reflexion an der Berührungsfläche von Glas und Flüssigkeit.

Bei stark absorbirenden Medien ist diese Methode aber nicht wohl anwendbar, da die Dicke der absorbirenden Schicht, die von dem hindurchgehenden Lichtstrahl durchlaufen werden muſs, mit zunehmendem Einfallswinkel in der Nähe der totalen Reflexion sehr schnell wächst, und wenn dieselbe eintritt, der ganzen Breite der Prismenflächen entspricht, an denen der Lichtstrahl streifend hingeht. Es läſst sich in diesem Falle daher nicht erkennen, ob wir es mit totaler Reflexion oder einer Verbreiterung des Absorptionsstreifens zu thun haben.

Leipzig, im Februar 1876.

1) Pogg. Ann. Bd. 143, S. 250.

2) Tageblatt der Naturforscherversammlg. zu Leipzig 1872, pag. 34 und „Neue Apparate zur Bestimmung des Brechungs- und Zerstreuungsvermögens fester und flüssiger Körper." Jena. Maucke's Verlag.

III. *Mineralogische Mittheilungen; von G. vom Rath in Bonn.*

(Fortsetzung XV. [1])

85. Phakolith von Richmond in Australien. 86. Sanidin als Sublimationsgebilde in der Lava von Bellingen. 87. Anatas vom Cavradi. 88. Brookit von Atliansk im Ural und Arkansit, umgeändert in Rutil, aus Arkansas. 89. Analyse des gelben Augit vom Vesuv. 90 Kalkspath, neue Formen von Elba; Fortwachsungen eines Kalkspaths von Oberstein. 91. Glimmer-Zwilling vom Vesuv. 92. Rothgültigerz von Andreasberg.

---

85. Phakolith von Richmond, Colonie Victoria.

Der Phakolith von Richmond wurde bisher theils für Herschelit, theils für ein neues Mineral gehalten und als solches „Seebachit" genannt. Die erste Erwähnung des sogenannten Herschelits von Victoria findet sich in einer Arbeit von V. von Lang (On the crystalline form of Herschelite; Philos. Magaz. 1864, Vol. XXVIII, 4 Series, S. 506).

Hr. v. Lang erwähnt, dafs Hr. Selwyn, Colonialgeologist, die Krystalle entdeckt habe. Nur wenige Zeilen widmet von Lang in seiner vorzugsweise den sicilischen Herschelit behandelnden Arbeit dem australischen Vorkommen, in denen er hervorhebt, dafs das optische Verhalten des „Herschelit's" von Victoria vollkommen gleich sei demjenigen der Krystalle von Aci Reale in Sicilien, welche er als optisch zweiaxig und dem rhombischen Krystallsystem angehörend bestimmt hatte. Eine Bestätigung dieser Ansicht fand Hr. v. Lang auch in gewissen einspringenden Winkeln.

Er erklärte das scheinbar hexagonale Ansehen der Krystalle durch Zwillings- und Drillingsbildung, wie sie bei denjenigen rhombischen Krystallen vorkommen, welche ein Prisma von nahe 120° besitzen. Die scheinbaren hexagonalen Tafeln würden also gewissen Drillingen des Ara-

1) Forts. XIV s. diese Ann. Bd. 155, S. 24—68.

gonit's, die Dihexaëder den Drillingskrystallen des Chrysoberyll's entsprechen. — Um die Kenntniſs des interessanten australischen Zeoliths hat sich ferner Hr. George Ulrich in Melbourne verdient gemacht. Zunächst erwähnt er desselben 1867 in „Exhibition essays," S. 61 als einer Entdeckung des Hrn. Wilkinson in einem Basaltbruche am Yarra-Flusse unfern Richmond. Noch schönere Krystalle wurden (1869) von Hrn. Edw. Pittmann an einer dem erstgenannten Steinbruche benachbarten Oertlichkeit aufgefunden und von G. Ulrich (Contributions to the mineralogy of Victoria, S. 26—30. Melbourne 1760) als „Herschelit" eingehend beschrieben und durch Figuren erläutert. Ulrich spricht in Bezug auf den rhombischen Charakter des Systems einen Zweifel aus und scheint geneigt, dasselbe für rhomboëdrisch zu halten. Als einen Unterschied des australischen Zeoliths von dem sicilischen Herschelit hebt Ulrich hervor, daſs er am ersteren die den Herschelit nach v. Lang's Angabe kennzeichnende Spaltbarkeit parallel der Basis nicht habe entdecken können, vielmehr in dieser Richtung stets nur einen muschligen Bruch beobachtet habe. Einen noch gröſseren Unterschied beider Vorkommnisse zeigen die durch Hrn. Pittmann ausgeführten Analysen, welche für den „Herschelit" von Richmond einen Kalkgehalt von 7 Proc. ergaben, während im typischen Herschelit von Aci Castello nach Damour nur eine sehr kleine Menge (0,2 bis 0,4 Proc.) Kalkerde vorhanden ist. — Auf Grund dieser so verschiedenen Zusammensetzung betrachtet Hr. Max Bauer das australische Mineral als eine neue Spezies, welcher er den Namen Seebachit gab (Zeitschrift d. deutsch. geol. Ges. 1872, Bd. XXIV, 391 und 1873; Bd. XXV, 352). Für die chemische Zusammensetzung des neuen Minerals stellt er nach Analysen der HH. Kerl und Lepsius (die drei Analysen des Hrn. Pittmann werden nicht erwähnt) folgende Formel auf:

$$\left\{\begin{array}{l} Na_4\,Al_4\,Si_7\,O_{22} + 12\,H_2\,O \\ 3\,Ca_2\,Al_4\,Si_7\,O_{22} + 12\,H_2\,O \end{array}\right\}$$

welche folgende Mischung erheischen würde:
Kieselsäure 43,91; Thonerde 21,49; Kalk 8,78; Natron 3,24; Wasser 22,58.

Mit dieser Mischung, entsprechend einer Verbindung von normalen und Halbsilicaten, stimmen zwar die Analysen von Kerl und Lepsius überein, nicht aber diejenigen von Pittmann, welche einen erheblich höheren Kieselsäuregehalt ergaben.

Hr. Bauer adoptirt in Bezug auf das Krystallsystem des Seebachit's die Ansicht v. Lang's und betrachtet die einspringenden Kanten gleichfalls als ein Kennzeichen und Beweis für jene dem rhombischen System eigenthümliche Zwillingsbildung. — Eine vergleichende Uebersicht der gewonnenen Resultate gab dann Hr. Rammelsberg (Ztsch. d. d. Ges. 1873, Bd. XXV, S. 96) und gelangte zu dem Schlusse, dafs beide Mineralien, der Herschelit und der Seebachit, noch fortgesetzte Untersuchungen, sowohl betreffs ihrer Form als ihrer Mischung, verlangten.

Durch zwei dankenswerthe Sendungen australischer Mineral-Vorkommnisse Seitens des Hrn. Ulrich, welche mehrere vortreffliche „Herschelit"-Stufen und ausgewählte Krystalle enthielten, wurde mir die Möglichkeit geboten, der Aufforderung des Hrn. Rammelsberg in Bezug auf das australische Mineral nachzukommen.

Die erste Wahrnehmung, welche ich an den, bis 10^{mm} Gröfse erreichenden Krystallen machte, lehrte, dafs sie sämmtlich und ausnahmslos durch eine horizontale Zwillingsebene in ihrer Mitte getheilt sind, genau so wie gewisse Varietäten der Chabasits und namentlich der Phakolith. Da eine horizontale, basische Zwillingsebene im rhombischen Systeme nicht möglich ist (es müfste denn eine Enantiomorphie vorliegen, wie beim Kieselzinkerz), so können die Krystalle des australischen Zeolith's dem rhombischen Systeme nicht angehören. Vielmehr beweist die Zwillingsbildung, in Folge welcher die abwechselnden Sextanten der scheinbar dihexaëdrischen Gestalt aus Theilen der beiden Zwillingsindividuen gebildet werden, dafs das

System rhomboëdrisch ist. Die einspringenden Kanten, welche v. Lang zuerst bemerkte und als eine Bestätigung seiner optischen Bestimmung ansah, finden sich auch bei den mir vorliegenden Krystallen. Es sind dies aber keine Zwillingskanten, sondern unregelmäſsige Bruchlinien der Flächen, welche an jene beim Fluſsspath, Bleiglanz und vielen anderen Mineralien, namentlich beim Chabasit selbst, bekannte Erscheinung erinnern, daſs Flächenbrüche, d. h. sehr stumpfe aus- oder auch einspringende Kanten an jenen Punkten ihren Ursprung nehmen, wo die Kante des einen Individs aus der Fläche des andern hervortritt. Wären jene Brüche Zwillingsgränzen, — und ihnen würde nach v. Lang's Auffassung die Zwillingsebene entsprechen, — so müſsten sie regelmäſsig erscheinen; sie müſsten einen ebenflächigen Verlauf besitzen. Dies findet indeſs durchaus nicht statt; vielmehr fehlen die Bruchlinien sehr oft und, wenn sie vorhanden, ist ihr Verlauf fast immer mehr oder weniger regellos gekrümmt, schief, fast nie genau in der Verticalebene bleibend; auch kann man trotz der unvollkommenen, gekrümmten Beschaffenheit der Flächen constatiren, daſs die gebrochenen Flächentheile einen veränderlichen Winkel einschlieſsen. Die Entstehung dieser Bruchlinien hängt auch hier zusammen mit einer sehr stumpfen Kante, welche auf der unmittelbar anliegenden Rhomboëderfläche des Zwillingsindivids durch eine federförmige Streifung dieser Fläche hervorgebracht wird. Genau da, wo auf dem schmalen, vorragenden Rande der Fläche des einen Individs die Federstreifung zu einer Linie zusammenstöſst, beginnt der Bruch auf der Fläche des anderen Individs (Taf. V, Fig. 3). — Wären, wie Hr. v. Lang annimmt, diese Flächenbrüche Zwillingsgränzen, so könnte die Vertheilung der Individuen nicht so seyn, wie der ausgezeichnete Forscher sie in seiner Figur 4 andeutet, indem dieser zufolge die Gränzen der Individuen durch die Polkanten des scheinbaren Dihexaëders 502 (d. h. der Form n, — $2R$, in unsern Figuren) gehen, wie es in Wahr-

heit der Fall ist, wie es aber nicht seyn könnte, wenn v. Lang's Auffassung der Flächenbrüche auf n als Zwillingsbegränzung begründet wäre.

Die Flächen unserer Krystalle sind theils wegen Krümmung, theils wegen matter Beschaffenheit gewöhnlich einer genauen Messung nicht fähig. An einigen Krystallen gelang es indefs, den Polkantwinkel des stumpfen Dihexaëders t zu messen $= 145^0$, übereinstimmend mit einer Messung von Hrn. Ulrich, welcher gleichfalls diese Kante für die bestgebildete hält. Der erhaltene Werth stimmt ziemlich nahe überein mit der Polkante des Dihexaëders $\frac{2}{3}P2$ des Phakolith's (145^0 54′). Diese annähernde Uebereinstimmung der Winkel, verbunden mit der vollkommenen Aehnlichkeit der ganzen Erscheinungsweise der Krystalle und namentlich ihrer Zwillingsbildung führt zu der Annahme, dafs uns im australischen Zeolithe das schönste Vorkommen von Phakolith vorliege, welche Annahme alsbald durch die Analyse zu bestätigen seyn wird. Der Phakolith von Richmond ist eine Combination folgender Formen:

$$P = (a : a : \infty\, a : c);\ R$$
$$n = (\tfrac{1}{2}a' : \tfrac{1}{2}a' : \infty\, a' : c);\ -2R$$
$$r = (\tfrac{3}{2}a' : \tfrac{3}{2}a' : \infty\, a' : c);\ -\tfrac{2}{3}R$$
$$t = (3a : \tfrac{3}{2}a : 3a : c):\ \tfrac{2}{3}P2$$
$$a = (a : \tfrac{1}{2}a : a : \infty\, c);\ \infty P2$$
$$c = (\infty\, a : \infty\, a : \infty\, a : c);\ oP$$

Zufolge einer gütigen Mittheilung des Hrn. Prof. Groth bestimmte Dr. Arzruni an einem ihm von Prof. Ulrich in Hannover verehrten vortrefflichen Krystall mit glänzenden Flächen t ($\frac{2}{3}P2$) die Polkante des Dihexaëders $= 144^0$ $58'\frac{1}{2}$, also aufserordentlich nahe dem von Hrn. G. Ulrich und mir erhaltenen Werthe. Legen wir Hrn. Arzruni's Messung zu Grunde, so berechnet sich das Axenverhältnifs

$$a\,(\text{Lateralaxe} : c\,(\text{Verticalaxe}) = 1 : 1{,}13029.$$

Ferner findet man d. Polkante d. Grundform R	=	93°	$8\frac{2}{3}$
- - - - - von $-2R(n)$	=	72	$3\frac{1}{3}$
- - - - - von $-\frac{2}{3}R(r)$	=	110	43
Neigung der Polkante von R zur Verticalen	=	56	$52\frac{1}{4}$
- - - $-2R$ - -	=	37	$27\frac{1}{2}$
- - - $-\frac{2}{3}R$ - -	=	66	$29\frac{1}{4}$
Neigung der Fläche von R - -	=	37	$27\frac{1}{2}$
- - - $-2R$ - -	=	20	$57\frac{2}{3}$
- - - $-\frac{2}{3}R$ - -	=	48	$58\frac{1}{3}$
Lateralkante von $\frac{2}{3}P2$	=	74	0
gemessen von Arzruni		74	4
- - mir		74	6
Neigung der Polkante von $\frac{2}{3}P2$ zur Verticalen	=	56	$52\frac{1}{4}$
Lateralkante $n:\underline{n}$ (am Zwilling)	=	138	$4\frac{2}{3}$

Mit der Polkante des Minerals von Richmond ist zu vergleichen diejenige des Phakoliths = 94° 0′ und des Chabasit's = 94° 46′. Die Ausbildung des australischen Zeolith's ist eine verschiedene, wie auch bereits Hr. G. Ulrich hervorgehoben und in Figuren dargestellt hat. (Contrib. to the Mineralogy of Victoria, 1870, S. 26.)

Bald herrscht das Dihexaëder $\frac{2}{3}P2$ und die Basis fehlt oder sie erscheint nur untergeordnet, bald herrscht die Basis und die Krystalle sind tafelförmig, am Rande begränzt durch die Flächen $n(-2R)$. Die Flächen n sind glänzend aber gekrümmt, die Dihexaëderflächen t meist matt und nur angenäherte Messungen gestattend; zuweilen indeſs bei gewissen sehr kleinen Krystallen eben und glänzend. Eine feine Streifung parallel der Polkante bildet eine federförmige Zeichnung auf den Dihexaëderflächen und verräth ihre Zwillingsbildung (Fig. 1, 2, 3, Taf. V). Ein anderer Typus der Krystalle, auf welchen bereits Hr. G. Ulrich aufmerksam machte, zeigt stark horizontal gestreifte Randflächen n, zu welchen als Abstumpfungen die Flächen r hinzutreten. Zufolge dieser entstellenden Streifung, welche durch eine polysynthetische Bildung parallel der Basis veranlaſst wird, hat es zuweilen das Ansehen,

als seyen die Krystalle vom ersten hexagonalen Prisma umschlossen. Durch Messung bestimmbar sind an denselben indefs keine andern Flächen als *n*, *r* und *c* (Fig. 4, 5, Taf. V). Nach der Ansicht des Hrn. Ulrich gehören diese letztern kaum 1^{mm} grofsen Kryställchen vielleicht einer etwas verschieden zusammengesetzten Varietät an, eine Ansicht, welche nicht unwahrscheinlich, aber wegen des zu einer Analyse durchaus unzureichenden Materials schwer zu erweisen ist. — An den Krystallen des australischen Phakolith's ist die horizontale Zwillingsebene immer deutlich wahrzunehmen, während die verticalen Begränzungsebenen der Individuen, welche parallel den schiefen Diagonalen der Dihexaëderflächen $\frac{2}{3}P2$ oder durch die Polkanten $\underline{n}:n$, $\underline{r}:r$ gehen, sich gewöhnlich der Wahrnehmung entziehen. Zuweilen sind diese Zwillingsgränzen indefs durch die bereits oben erwähnte federförmig sich begegnende Streifung kenntlich (s. Fig. 3, Taf. V). Dieselbe deutet auf ein Skalenoëder aus der Polkantenzone der Grundform, dessen Flächen sich nur sehr wenig über die Fläche des Dihexaëders $\frac{2}{3}P2$ erheben.

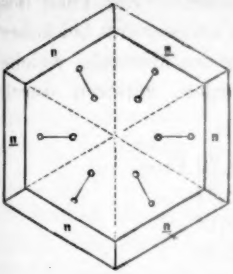
Eine bemerkenswerthe Bildung ist in Fig. 6, Taf. V, dargestellt, es sind sehr kleine Krystalle der zweiten Sendung des Hrn. George Ulrich, auf welche derselbe auch mittelst einer Handzeichnung meine Aufmerksamkeit lenkte. Der obere, sowie der untere Theil dieser Gebilde ist sogleich zu verstehen, es sind Durchkreuzungszwillinge, welche gleichsam Einschnitte auf den Flächen *t* entsprechend den Zwillingsgränzen zeigen. Aufserdem sind sie von den gewöhnlichen Krystallen noch dadurch unterschieden, dafs an ihnen das zweite hexagonale Prisma auftritt. Seltsam ist nun ein scharfer vorragender Rand, welcher, ringsum aus den Prismenflächen hervortretend, durch die Flächen *n* gebildet wird. Als Kern des Gebildes erscheint demnach ein Zwillingskrystall ähnlich Fig. 4 u. 5, Taf. V; auf demselben hat sich ein Zwilling mit herrschendem Dihexaëder *t* entwickelt. Als eine bloſse Fortwachsung können die Scheitelgebilde nicht angesehen werden, denn

sie besitzen nicht dieselbe Stellung, wie der Kernkrystall, sind vielmehr um 30° gegen denselben um die Verticale gedreht. So ungewöhnlich diese Verwachsung auch erscheinen mag, so fand sich doch trotz eingehendster Untersuchung der sehr kleinen Gebilde keine andere Deutung.

Der Beweis für die rhomboëdrische Natur des australischen Zeoliths gründet sich einerseits auf die Art der Zwillingsbildung, welche im rhombischen System nicht möglich ist, und andererseits auf das vollkommene Zusammenfallen der Flächen *t* und *t* (Figuren 1, 2, 3 und 6, Taf. V) in ein Niveau, wie es bei den seltenen Krystallen mit glänzenden Flächen *t* deutlich wahrzunehmen ist. Letzteres wird namentlich bestätigt durch eine Beobachtung der HH. Groth und Arzruni, welche ersterer die Güte hatte, mir im Folgenden mitzutheilen:

„Ein nach der gerundeten Basis tafelartiger Krystall zeigte — 2 *R*, + *R* (letzteres schmal und gestreift nach einem Skalenoëder) und $\frac{2}{3}$ P2, klein aber sehr glänzend. Da über die letzteren Flächen die Zwillingsgränzen hinweglaufen, so hätte hier ein einspringender Winkel entstehen müssen, wenn das System nicht hexagonal wäre. Die Flächen fielen indeſs vollkommen in eine Ebene, wie sich durch Reflexion einer kleinen Flamme, welche nur einfach erscheint, sicher bestimmen lieſs; ***danach müssen die Krystalle hexagonal-rhomboëdrisch*** seyn."

Denselben geehrten Forschern verdanke ich folgende Angaben über das optische Verhalten des australischen Phakoliths: „Ein Krystall wurde parallel der Basis geschliffen und zeigte sechs, beim Drehen abwechselnd hell und dunkel werdende Sextanten, deren Gränzen genau den Zwillingsgränzen entsprachen, jeder zeigt zwei optische Axen, welche so liegen, wie es in der Figur angedeutet ist; deren Ebenen also parallel den Zwischenaxen gehen; die punktirten Linien sind die Gränzen der Sextanten. Daſs diese optische Zweiaxigkeit eine Folge der Spannungen parallel den Zwischenaxen ist, wird durch den Umstand bewiesen, daſs der Winkel der Axen in den verschiedenen Sextanten nicht



gleich grofs ist, sondern zwischen 27 und 40° schwankt." Auch an andern Krystallen hat Hr. Groth ähnliche optische Erscheinungen, bewirkt durch innere Spannung, nachgewiesen, z. B. an dem im quadratischen System krystallisirenden Quecksilberjodid ($Hg J_2$) siehe Physicalische Krystallographie, Seite 321. Neuere Beobachtungen z. B. am Apophyllit und anderen Körper lehrten ihn, dafs in quadratischen und hexagonalen Krystallen die Spannung stets in der Richtung von Symmetrieaxen (Neben- oder Zwischenaxen) eintritt. Diese Erscheinungen sind nun vollkommen analog zu dem was man am Phakolith beobachtet. Dr. Arzruni schliff einen recht durchsichtigen Phakolith von Salesl in Böhmen und fand genau dieselben Spannungsphänomene in derselben Richtung und mit denselben Gränzen wie bei dem Richmonder Vorkommen, nur waren die Axenbilder zu undeutlich, um Messungen zu gestatten. Es stimmen die Ergebnisse der HH. Groth und Arzruni durchaus überein mit der Ansicht von Lang's, „dafs die schwache optische Zweiaxigkeit des australischen Zeoliths durch Druck oder eine Spannung [welche vielleicht gerade mit den nach Sexanten vertheilten Zwillingsstücken zusammenhängt] zu erklären sey" (briefl. Mittheil.). Auch die HH. Des Cloizeaux und Rosenbusch sprachen sich in gleicher oder ähnlicher Weise aus. Es kann demnach über den rhomboëdrischen Charakter des Minerals von Richmond und über die Identität seiner Krystallisation und Zwillingsbildung mit dem Phakolith kein Zweifel bestehen. Das spec. Gewicht des Phakolith's von Richmond bestimmte ich = 2,135; es stimmt genau mit demjenigen der Krystalle aus Schottland und aus Böhmen (Leippa) überein (2,13 – 2,15).

Den Wassergehalt ermittelte ich in zwei Versuchen = 21,08 und 21,51; indem die Hitze zuletzt bis zum

Schmelzen des Minerals gesteigert wurde. Ein Theil des Wassers geht schon bei niederer, ein anderer erst bei hoher Temperatur fort. Kleine Bruchstücke des Minerals, welche anhaltend bei 40° C. getrocknet wurden, verloren durch langfortgesetzte Erwärmung

bei 70°	1,79	Proc.
bei 100 bis 110° .	3,37	-
bei 150 bis 170° .	2,11	-
bei 200°	3,90	-

(zwischen 40° und 200° = 11,17).

Die Krystalle hatten noch ihre Klarheit und Durchsichtigkeit bewahrt; das verlorene Wasser wurde von den Krystallen, nachdem sie 24 Stunden der gewöhnlichen Temperatur in freier Luft ausgesetzt waren, vollständig wieder aufgenommen. Nachdem nun die Substanz wieder anhaltend bei 200° erhitzt war, wurde sie eine halbe Stunde schwach geglüht, Gewichtsverlust

8,54 pCt.

Die Krystalle verloren ihre Durchsichtigkeit und erschienen verändert; das verlorene Wasser wurde nun nicht vollständig wieder aufgenommen. Anhaltend starkgeglüht verlor die Substanz wiederum

	1,27	Proc.
endlich beim Schmelzen	0,10	-
ganzer Glühverlust =	21,08	-

Aehnlich verhält sich nach Damour der Phakolith aus Schottland (s. Des Cloizeaux, Manuel p. 409).

Bei 100° verlor dies Mineral 3,7 Proc. Wasser; bei 210° 15,7; bei 290° 18 Proc.; bei beginnender Dunkelrothgluth 19,5; bei Dunkelrothgluth 22,2; bei Weifsgluth 22,8. Den Glühverlust der Chabasite vom Dyrefjord (Island) und von Rübendörfel in Böhmen bestimmte Damour, nahe übereinstimmend mit demjenigen des Phakoliths von Leippa, = 22,4. Ich fand die Zusammensetzung des australischen Phakolith's:

Kieselsäure	46,08	Ox. 24,57
Thonerde	21,09	9,85
Kalk	5,75	1,64
Kali	1,77	0,30
Natron	4,52	1,17
Wasser	21,08	18,74
	100,29	

Suchen wir in blofs empirischer Weise diese Mischung durch eine Formel auszudrücken, so bietet sich uns die Wahl zwischen einer der beiden folgenden:

$$\text{I.}\quad H K Na_2 Ca_2 Al_8 Si_{15} O_{46} + 23 H_2O,$$
$$\text{II.}\quad H K Na_2 Ca_2 Al_8 Si_{15} O_{46} + 22 H_2O.$$

Es entsprechen diesen Formeln folgende Mischungen:

	I.	II.
Kieselsäure	46,03	46,46
Thonerde	21,03	21,22
Kalk	5,73	5,78
Kali	2,41	2,43
Natron	3,17	3,20
Wasser	21,63	20,91
	100,00	100,00

Während die Formel I sich sehr genau den gefundenen Werthen von Kieselsäure, Thonerde und Kalkerde, sowie der höheren Wasserbestimmung (21,51) anschliefst, stimmt die Formel II vorzugsweise mit dem niederen Wassergehalte (21,08) überein. Die gefundenen Alkalien übersteigen nur etwa 0,7 Proc. die von den Formeln verlangten Werthe.

Es braucht kaum bemerkt zu werden, dafs obige Formeln keinen Anspruch darauf machen können, die Zusammensetzung unseres Minerals in rationeller Weise darzustellen. Suchen wir eine mehr rationelle Formel, indem wir eine etwas gröfsere Abweichung vom Resultat der Analyse gestatten, so werden wir zu folgender Formel geführt:

$$\acute{R}_2\,Ca\,Al_4\,Si_8\,O_{24} + 12\,H_2O$$

welche einer Verbindung von normalen Silicaten entspricht

$$\left\{\begin{array}{r}(Na, K)_2\,Si\,O_3 \\ Ca\,Si\,O_3 \\ 2\,Al_2\,Si_3\,O_9\end{array}\right\} + 12\,H_2O$$

Setzen wir statt der gefundenen Aequivalente von K : Na = 1 : 3,9 das Verhältniſs 1 : 4, so berechnet sich:

8 Si	= 224	Kieselsäure	46,78
4 Al	= 109,6	Thonerde	20,05
Ca	= 40	Kalk	5,46
$\frac{8}{5}$ Na	= 36,8	Natron	4,83
$\frac{2}{5}$ K	= 15,6	Kali	1,83
24 O	= 384		
$12\,H_2O$	= 216	Wasser	21,05
	1026,0		100,00

Dem verschiedenen Verhalten des Wassers, dessen eine Hälfte bei einer weit geringeren Temperatur fortgeht, als die andere, ist in obiger Formel keine Rechnung getragen.

Der Phakolith stellt sich demnach unserer Auffassung zufolge als ein normales Silicat dar, in welchem die Moleküle von Al : Si sich wie 1 : 2 verhalten, während bei dem Chabasit dies Verhältniſs = 2 : 5 ist. (Vergl. Rammelsberg's Mineralchemie, 2. Aufl., S. 710.)

Ein Vergleich der obigen Analyse mit der Mischung des Phakolith's von Leippa (zufolge der Untersuchung von Rammelsberg), sowie der kieselsäurearmen Chabasit-Varietäten z. B. derjenigen von Faroe nach Durocher), lehrt, daſs auch in chemischer Hinsicht unser Mineral nur hierhin gestellt werden kann. Auch die von Hrn. Edw. Pittmann ausgeführten Analysen würden die Zugehörigkeit des Minerals zum Chabasit haben erkennen lassen, wenn nicht die irrthümliche Bestimmung der Krystallform jede Beziehung zu diesem rhomboëdrischen Mineral hätte verkennen lassen. Offenbar ist übrigens die Mischung des Phakolith's von Richmond etwas schwankend, wie aus

einem Vergleiche der früheren Analysen unter sich und mit der obigen erhellt.

I. Grofse undurchsichtige Krystalle; II. durchsichtige tafelförmige Krystalle mit abgestumpfter Polecke; III. Hexagonale Pyramiden, theilweise durchsichtig; sämmtlich von Hrn. Pittmann, unter Leitung des Hrn. Newbery, Gouvernements-Chemiker in Melbourne ausgeführt; V. Analyse von Hrn. Kerl; V. von Hrn. Lepsius im Laboratorium des Hrn. Wöhler.

	I.	II.	III.	IV.	V.
Kieselsäure	45,33	46,05	49,26	43,7	44,77
Thonerde	22,22	22,07	23,04	21,8	22,10
Kalk	7,11	7,06	7,02	8,5	7,51
Kali	0,97	0,72	0,09	Spur	3,18
Natron	5,54	5,48	5,96	3,5	
Wasser	18,67	19,25	18,52	22,2	22,07
	99,84	100,63	100,89	99,7	99,63

Die Zusammensetzung des australischen Zeolith's ist demnach meiner Analyse zufolge identisch mit derjenigen des Zeolith's von Aci Castello nach der Analyse von Sartorius v. W. (s. Rammelsberg, Mineralchemie 2. Aufl. S. 624). Da aber unser Mineral von Richmond, wie nachgewiesen, Phakolith ist, womit auch eine deutliche Spaltbarkeit parallel den Flächen des Hauptrhomboëders übereinstimmt, so erhebt sich die Frage, ob nicht auch der sicilianische Herschelit Phakolith und die von Levy 1826 aufgestellte Spezies ganz zu tilgen oder nur als Varietäten-Bezeichnung beizubehalten ist? In der That hat Prof. Groth die Güte mir mitzutheilen, dafs Dr. Arzruni an allen Herschelit-Krystallen von Aci Castello die horizontale Rinne in der Mitte der Prismenflächen beobachtet habe. „Da aufserdem auch dessen optische Eigenschaften ganz die gleichen sind, wie bei den Krystallen von Richmond, so scheint es unzweifelhaft, dafs auch der sogenannte Herschelit von Aci Castello mit dem Phakolith zu vereinigen ist.“ (14. Febr. 1876.) Der Phakolith findet sich unfern Richmond in Begleitung sehr schöner Phillipsit-Krystalle

und kleiner undeutlicher büschelförmig gruppirter Desmine in Hohlräumen eines feinkörnigen anamesitähnlichen Dolerit's, dem „neueren Basalt“ von G. Ulrich (s. dessen vortrefflichen Descriptive Catalogue of the industrial and technological Museum, illustrating the rock-system of Victoria; Melbourne 1875).

Den bisher bekannten Vorkommnissen des Phakolith's sind noch anzureihen Andreasberg und Asbach unfern des Siebengebirges, von welchen beiden Fundstätten Hr. G. Seligmann die Güte hatte, mir lehrreiche Stufen mitzutheilen. Der Phakolith von Andreasberg ist in Begleitung von Kalkspath und Analcim auf schwarzem Gangthonschiefer aufgewachsen. Derjenige von Asbach bekleidet nebst Kalkspath, Phillipsit, Apophyllit etc. Drusenräume im Basalt.

86. Sanidin als Sublimationsgebilde einer doleritischen Lava von Bellingen.

Hrn. G. Seligmann jr. in Coblenz verdanke ich die Kenntnifs einer doleritischen Lava von Bellingen im Westerwalde, welche wegen der in Drusen mit dem Ansehen sublimirter Mineralien vorkommenden Krystalle sehr merkwürdig ist. Das mir verehrte, etwa 5^{ctm} grofse Lavastückchen barg in einer kleinen Druse drei verschiedene Mineralien, von denen zwei Eisenglanz und Hornblende, sogleich zu erkennen waren, das dritte indefs, nur in sehr kleinen (kaum 1^{mm}) Krystallen erscheinend, wegen sehr ungewöhnlicher Ausbildung nur nach eingehendem Studium als Sanidin zu bestimmen war. Der Eisenglanz, welcher in Drusen vulkanischer Gesteine stets auf eine Bildung durch Sublimation deutet, bildet in dem kleinen Hohlraum der Lava eine zierliche 1^{mm} grofse Tafel, welche am Rande durch die Flächen des Hauptrhomboëders begränzt ist. Die Hornblende, von brauner Farbe, bildet feine, einige Millimeter lange Prismen, welche in der Endigung fast allein durch die Basis p, oP, begränzt werden. Das Ansehen dieser Hornblende ist vollkommen gleich demjenigen der durch Sublimation gebildeten Hornblende-Krystalle in den Aus-

würflingen des Vesuv's bei der Eruption vom 26. April 1872. Der Sanidin bildet niedere oder wenig verlängerte Prismen, welche meist mit einer verticalen Kante dem Gestein aufliegen und in solcher Weise mit der Hornblende und dem Eisenglanz associirt sind, dafs für alle diese Mineralien eine gleiche Entstehungsweise gefolgert werden mufs.

An diesen Sanidinen, welche in Fig. 7 und 8 (Taf. V) dargestellt sind, bestimmte ich folgende Flächen:

$$
\begin{aligned}
T &= (a : b \infty c);\ \infty P \\
l &= (a : \tfrac{1}{2} b : \infty c);\ (\infty P2) \\
z &= (a : \tfrac{1}{3} b : \infty c);\ (\infty P3) \\
M &= (\infty a : b : \infty c);\ (\infty P \infty) \\
k &= (a : \infty b : \infty c);\ \infty P \infty \\
P &= (\infty a : \infty b : c);\ o P \\
x &= (a' : \infty b : c);\ P \infty \\
y &= (\tfrac{1}{2} a' : \infty b : c);\ 2 P \infty \\
q &= (\tfrac{3}{2} a' : \infty b : c);\ \tfrac{2}{3} P \infty
\end{aligned}
$$

Von diesen Flächen ist das Prisma l bisher nicht beobachtet. Es herrscht zuweilen vor mit Verdrängung von T; und dieser Umstand ist es vorzugsweise, welcher, verbunden mit der in der Endigung stets vorherrschenden, stark orthodiagonal gestreiften Fläche q, den Krystallen ein so ungewohntes Ansehen giebt. Legt man die Axenelemente des Sanidin's von Laach zu Grunde (siehe Pogg. Ann. Bd. 135, S. 460)

$$a : b : c = 0{,}582864 : 1 : 0{,}275344$$

Axenwinkel $= 90^{\circ}\ 54'\ 12''$,

so findet man die klinodiagonale Kante des Prisma's

$= 81^{\circ}\ 15'\ 32''$

„ „ „ orthodiagonale „ „ $= 98^{\circ}\ 44'\ 28''$.

Diese Sanidine konnten theils wegen ihrer geringen Gröfse, theils unvollkommener Ausbildung der meisten Flächen wegen (die Prismenflächen sind vertical gestreift; die Fläche M etwas gewölbt) nur annähernd gemessen werden. Zahlreiche Messungen mittelst des kleinen Gonio-

meters stellten indefs sowohl die Deutung der obigen Flächen im Allgemeinen, als auch im Besonderen die Bestimmung des unerwarteten verticalen Prisma's aufser Zweifel. Es ist wohl bemerkenswerth, Sanidin in den Drusen einer doleritischen Lava zu finden. Ich bestimmte den Kieselsäuregehalt des konstituirenden Plagioklas dieser Lava = 53,8; es ist also in der That ein Labradorgestein, welches, in Poren aufgewachsen, kleine Sanidine beherbergt. — Unter den durch Sublimation gebildeten Mineralien der Laven erscheint der Sanidin nur höchst selten. In den vesuvischen Auswürflingen der Eruption von 1872, welche für die Geologie von so grofser Bedeutung geworden sind, sah ich Sanidin nur in einigen wenigen Fällen als ganz vereinzelte, kleine Prismen, Zwillinge nach dem Bavenöer Gesetz (Zwillingsebene $n = (2P\infty)$; s. Zeitschrift d. deutsch. geolog. Ges. 1873, Bd. XXV, 236).

87. Anatas vom Cavradi.

Auf eine neue Ausbildung des Anatas wurde ich durch eine Mittheilung des Hrn. Seligmann aufmerksam gemacht. Derselbe hatte die Güte, mir in seiner ausgewählten Mineraliensammlung sehr kleine ($\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{5}$ mm), lebhaft glänzende, farblose Kryställchen (s. Fig. 9) zu zeigen, welche er auf einer jener Rutil-bedeckten Eisenglanzstufen vom Berge Cavradi aufgefunden hatte. Zunächst lag die Vermuthung nahe, dafs es farbloser Zirkon sey, und am Cavradi ein zweites Vorkommen der seltenen wasserhellen Zirkon-Varietät (aufser dem Pfitschthal) entdeckt sey. Indefs stimmten die Winkel nicht mit Zirkon überein. Wegen der sehr geringen Gröfse der Krystalle war ihre Messung am Fernrohr-Goniometer mit Schwierigkeiten verknüpft. Nachdem der quadratische Charakter der Krystalle bestimmt, wurden aufser einem herrschenden Oktaëder ein spitzes erster Ordnung und zwei Oktaëder zweiter Ordnung gemessen. Wenn die herrschende Form zur Grundform P genommen wird, so ergeben sich für die Oktaëder folgende Formeln: $\frac{7}{3}P$, $\frac{7}{3}P\infty$, $7P\infty$. Aufserdem fand

sich das erste quadratische Prisma ∞P. Der Polkantenwinkel des herrschenden Oktaëders wurde gemessen $= 117^{\circ}\, 18'$, nicht übereinstimmend mit der Grundform irgend einer der bekannteren Formen des Anatas.

Da bot sich bei einem willkommenen Besuche des Hrn. Prof. C. Klein aus Heidelberg Gelegenheit, diesem geehrten Forscher, welcher eben eine umfassende Arbeit über die wunderbar wechselnden Formen und Typen des Anatas vollendet hatte, die erhaltenen Winkelwerthe der kleinen Oktaëder vorzulegen. Derselbe ermittelte, daſs eines der Oktaëder zweiter Ordnung in seinen Winkeln dem ersten stumpfen des Anatas nahestehe. Diese dankenswerthe Mittheilung gab mir dann den Schlüssel zur Entzifferung folgender merkwürdiger Anatas-Combination:

$$p = (a : a : c);\ P$$
$$x = (\tfrac{7}{3} a : \tfrac{3}{7} a : c);\ \tfrac{3}{7} P$$
$$e = (a : \infty a : c);\ P \infty$$
$$d = (\tfrac{1}{3} a : \infty a : c);\ 3 P \infty$$
$$m = (a : a : \infty c);\ \infty P.$$

Das fremdartige Ansehen dieser neuen Combination wird vorzugsweise durch das Herrschen des Oktaëders $\tfrac{3}{7} P$ bedingt, einer zwar durch Dauber an brasilianischen Krystallen aufgefundenen, indeſs bei den schweizerischen Krystallen, ihres groſsen Flächenreichthums ungeachtet, noch nicht beobachteten Form. Auch das Prisma ∞P erscheint nur sehr selten. $3 P \infty$ wurde durch Hrn. Klein am Anatas des Binnenthals bestimmt.

Bei der äuſsersten Spärlichkeit des zur Verfügung stehenden Materials konnten v. d. L. nur folgende Versuche gemacht werden: Unschmelzbar; in der Boraxperle zu einem vollkommen klaren Glase auflöslich, welches im Oxydationsfeuer, so lange es heiſs war, gelb erschien, bei der Abkühlung indeſs farblos wurde.

Der demantähnliche Glanz gestattete, die Krystalle trotz ihrer sehr geringen Gröſse, mittelst des Fernrohr-Goniometers zu messen. So wurde die Polkante von

x, $\frac{3}{7}$ P, an zwei Krystallen fast genau übereinstimmend $= 117^\circ\,18'$ und $117^\circ\,19'$ bestimmt, ein Werth, welcher nicht unerheblich von dem durch Hrn. Klein aus seinen Axenelementen des Anatas für das Oktaëder $\frac{3}{7}$ P berechneten Winkel $= 117^\circ\,34\frac{1}{2}'$ abweicht. In folgender Tabelle stehen zum Vergleiche nebeneinander einige gemessene Kantenwinkel I, die entsprechenden Winkel, welche unter Zugrundelegung der Kante $117^\circ\,18\frac{1}{2}'$ (x gleichsam als Grundform betrachtet) sich berechnen II, endlich die Winkel des Anatas nach den von Hrn. Klein gewählten Axenelementen III:

	I	II	III
$x : x =$ Lateralkante	$94^\circ\;42'$	$94^\circ\;43\frac{3}{4}'$	$94^\circ\;15'$
$x : p =$		$158\;\;53\frac{5}{6}$	$158\;\;48\frac{1}{2}$
$p : p =$ (Lateralkante)	$136\;\left\{\begin{array}{l}43\\38\end{array}\right.$	$136\;\;56$	$136\;\;36\frac{1}{3}$
$e : e =$ (Lateralkante)	$121\;\;36$	$121\;\;40$	$121\;\;16$
$e : d =$	$161\;\;10$	$161\;\;22\frac{1}{3}$	$161\;\;15\frac{1}{2}$

Vorstehende Uebersicht zeigt in Anbetracht der Schwierigkeit der Messung so äufserst kleiner Krystalle, welche nur höchst lichtschwache Reflexe ergeben, eine ziemlich befriedigende Uebereinstimmung der Winkel von e und p. Auffallend bleibt es allerdings, dafs gerade das am Genauesten mefsbare Oktaëder, x (obgleich seine beiderlei Kanten unter sich korrespondiren), eine bemerkenswerthe Abweichung von den Anatas-Winkeln zeigt.

Diese kleinen, demantglänzenden Oktaëder bedecken, vereinzelt aufgewachsen, die drei an einer Stufe vom Cavradi verbundenen Mineralien: den Eisenglanz, den Adular und den Rutil. So gewöhnlich auch die Association von Brookit und Anatas ist, so ungewöhnlich ist es, Anatas und Rutil in derselben Stufe oder gar, wie im vorliegenden Falle, unmittelbar verwachsen zu beobachten. Ein ähnliches Anatas-Vorkommen, wie das geschilderte, scheint auch Hrn. D. F. Wiser vorgelegen zu haben.

Er erwähnte (N. Jahrb. f. Min. 1863, 697) fast farblose, sehr kleine Anatase, in ganzen Schwärmen auf Eisenrosen sitzend. Ihre Form bestimmte er als eine Combination der vorherrschenden Grundform P mit untergeordnetem $\frac{1}{5}P$. Auch der Rutil in kleinen fast farblosen Krystallen wird als Begleiter erwähnt.

88. **Brookit von Atliansk im Ural und Arkansit, umgewandelt in Rutil, aus Arkansas.**

Hr. Reg.-Rath Zerrenner vertraute mir einen Brookit-Krystall aus den Goldseifen von Atliansk bei Miask im Ural an (dies Vorkommen wurde entdeckt im Jahre 1849 durch Hrn. v. Romanowsky), welcher an Schönheit Alles übertraf, was ich bisher von Brookiten gesehen. Auch durch seine ziemlich ansehnliche Gröfse zeichnet sich dieser Krystall aus, da er eine Länge von 11^{mm} bei einer Dicke von 4^{mm} besitzt, während die gewöhnliche Gröfse der Atliansker Brookite nur 2 bis $2\frac{1}{2}^{mm}$ bei einer Dicke von 1 bis $1\frac{1}{2}^{mm}$ beträgt. Der Krystall des Hrn. Zerrenner zeigte zwei bisher unbekannte Oktaëder und forderte aufserdem durch seine treffliche Flächenbeschaffenheit zu strenger Prüfung des rhombischen Charakters des Krystallsystems auf mit Rücksicht auf die vor Kurzem durch einen ausgezeichneten Krystallographen, Hrn. A. Schrauf, behauptete Thatsache, dafs der Brookit dem monoklinen Systeme angehöre. — Der Krystall (s. Fig. 10 und 10a), dessen Farbe und Durchscheinendheit vollkommen an Rutil erinnert, ist eine Combination folgender Formen:

$$o = (a : b \,.\, c);\ P$$
$$r = (a : b : 2c);\ 2P$$
$$z = (a : b : \tfrac{1}{2}c);\ \tfrac{1}{2}P$$
$$e = (2a : b : c);\ \breve{P}2$$
$$n = (2a : b : 2c);\ 2\breve{P}2$$
$$m = (\tfrac{2}{3}a : \tfrac{1}{5}b : c);\ 5\breve{P}\tfrac{10}{3}$$
$$i = (4a : b : 2c);\ 2\breve{P}4$$
$$q = (3a : b\ \tfrac{3}{2}c);\ \tfrac{3}{2}\breve{P}3$$

$$M = (a : b : \infty c);\ \infty P$$
$$x = (a : \infty b : \tfrac{1}{2}c);\ \tfrac{1}{2}\bar{P}\infty$$
$$y = (a : \infty b : \tfrac{1}{4}c);\ \tfrac{1}{4}\bar{P}\infty$$
$$t = (\infty a : b : 2c);\ 2\breve{P}\infty$$
$$a = (a : \infty b : \infty c);\ \infty\bar{P}\infty$$
$$b = (\infty a : b : \infty c);\ \infty\breve{P}\infty$$
$$c = (\infty a : \infty b : c);\ oP$$

Die beiden neuen Oktaëder (i und q) sind durch Zonen leicht bestimmbar. Für i haben wir die Zonen $n : t$ und $x : e$; für q gleichfalls $x : e$ und außerdem $M : n$. — Am Krystall herrschen die Flächen e noch etwas mehr vor, als es die Fig. 10 andeutet. Es wurde nämlich den zahlreichen untergeordneten Combinationsformen eine etwas größere Ausdehnung gegeben, um sie besser zur Wahrnehmung zu bringen.

Die Fläche q war zu klein, um genau gemessen zu werden; ihre Bestimmung geschah durch die oben angegebenen Zonen. Die gleichfalls durch Zonen bestimmte Lage von i wurde durch folgende Messung kontrolirt:

$t : i = 165^\circ\ 7'$ (gem.); $165^\circ\ 17'$ (berechnet nach den Daten v. Kokscharow's).

Zur Prüfung des rhombischen Charakters des Krystalls wurden folgende genaue Messungen ausgeführt (s. Fig. 10a):

		Berechnet nach v. Kokscharow's Daten.
$o^1 : M^1 = 145^\circ\ 42'$	$o^2 : M^2 = 145^\circ\ 41'$	
$M : e = 134\ \ 18$	$M^1 : e^1 = 134\ \ 16\tfrac{1}{2}$	
$M : t = 124\ \ 42$	$M^3 : t = 124\ \ 38$	
$o : t = 137\ \ 11$	$o^3 : t = 137\ \ 9$	$137^\circ\ 12\tfrac{1}{2}'$
$o : M^1 = 98\ \ 6$	$o^3 : M^2 = 98\ \ 6$	$98\ \ 7$

Diese Messungen beweisen wohl, wenigstens für das Vorkommen von Atliansk, daſs kein Grund vorliegt, die bisher allgemein angenommene Ansicht über das Krystallsystem des Brookits zu verlassen.

Durch Hrn. B. Stürtz hierselbst erhielt ich ausgezeichnete Arkansite, welche mir einige neue Wahrnehmungen, namentlich in Bezug auf die Umänderung dieser Brookit-Varietät in ein Aggregat von Rutil-Prismen, gestatteten. Die Krystalle in Rede, von Magnet Cove, Hot springs Co, Staat Arkansas, müssen von etwas verschiedenen Fundstätten herrühren, denn sie unterscheiden sich nicht unwesentlich unter einander in Form und Beschaffenheit. Dieselben sind nämlich, theils schwarz; unveränderter Brookit, sich als solcher auch durch das specif. Gewicht verrathend (*A*), theils schwärzlich-, bis röthlichbraun, verändert, mit eigenthümlich schimmernder Oberfläche, vom specifischen Gewicht des Rutils (*B*). Die Krystalle *A*, deren Gröfse zwischen 3 und 15^{mm} schwankt, sind eine Combination von

$$e = (2a : b : c);\ \breve{P}2$$
$$M = (a : b : \infty c);\ \infty P$$
$$z = (a : b : \tfrac{1}{2}c);\ \tfrac{1}{2}P$$
$$t = (\infty a : b : 2c);\ 2\breve{P}\infty$$

Bald herrscht *e* sehr vor, so dafs die Flächen *z* entweder fehlen oder nur als schmale Zuschärfungen der brachydiagonalen Polkanten von *e* erscheinen, *M* und *t* nur als untergeordnete Zuschärfungen der Ecken auftreten (Fig. 11). Bald stehen *M* und *e* genau im Gleichgewicht und bilden die charakteristische, scheinbar dihexaëdrische Arkansitgestalt (Fig. 13). Zuweilen haben die Krystalle das Ansehen der Fig. 12, einer Combination von *e* und dem Makropinakoid. Dies letztere ist indess keine wahre Fläche, sondern wird durch ein vielfaches Alterniren der Prismenflächen dargestellt, wie es in der Figur angedeutet ist. Ich bestimmte für mehrere Krystalle (*A*) mit schwarzer glänzender Oberfläche das Gewicht:

Absol. Gew.	Spec. Gew.
0,849 Gr.	3,807
1,799 „	3,962
2,848 „	4,074

Zum Vergleiche mögen zwei Wägungen echter Brookite von Tremaddoc dienen:

0,666 Gr.	3,872
0,319 „	4,013

Auch diese letztern zeigen demnach ein ähnliches Schwanken des specifischen Gewichts wie die Arkansite.

Die Krystalle (*B*) erreichen zuweilen eine bedeutende Gröfse, bis 40^{mm}, ihre Gestalt ist meist die scheinbar dihexaëdrische, eine Combination von *e* und *M*, zuweilen indefs eine bisher wohl noch nicht beobachtete Combination von *z* und *M* (s. Fig. 14). Diese letztere Ausbildungsweise erinnert in etwas an Rutil, wofür die Krystalle auch wohl gehalten worden sind. Da ihre Oberfläche nur schimmernd ist, so müfste die Messung mit dem Anlege-Goniometer geschehen, welches indefs bei der ansehnlichen Gröfse dieser Gebilde, bis 25^{mm}, ein ziemlich genaues Resultat ergab in Uebereinstimmung mit den bekannten Werthen der Pyramide *z* des Brookit: makrodiag. Kante 126° 12′, brachydiag. Kante 135° 14′. An den Krystallen (*B*) fällt aufser ihrer (von der der schwarzen Arkansite abweichenden) bräunlichen Färbung eine eigenthümliche Oberflächenbeschaffenheit auf, ein schimmernder Glanz, dem sog. Metallmoor oder ***Moiré métallique*** ähnlich. Die Flächen glänzen nämlich nicht — wenigstens nicht in ihrer ganzen Ausdehnung — in der ihnen entsprechenden Ebene. Sie zeigen vielmehr fleck- oder strichweise vertheilte glänzende und matte Partien, welche letztere bei einer gewissen Drehung des Krystalls schimmern, während die ersteren dunkel werden. Gewöhnlich erhält man von gewissen Partien benachbarter Flächen gleichzeitig schimmernde Reflexe zum Beweise, dafs die jenen ***Moiré*** verursachenden Elemente auf verschiedenen Flächen eine gleiche Stellung besitzen. Es liegt hier eine ähnliche Erscheinung vor, wie sie mehrere Eisenmeteorite z. B. Seeläsgen nach dem Aetzen zeigen. Dieser Schimmer oder falsche Reflex ist stets eine Folge davon, dafs sich neue mehr oder weniger

parallel geordnete krystallinische Elemente in der ursprünglichen Substanz gebildet haben. Eine etwas genauere Prüfung dieser Erscheinung, von welcher Fig. 14 eine Vorstellung zu geben strebt, läfst leicht erkennen, dafs die schimmernde Oberfläche der Arkansite von zahllosen kleinen Rutilen herrührt, welche die Flächen bedecken, während gleichzeitig das Innere nicht mehr schwarzer Arkansit, sondern dunkelröthlichbrauner Rutil ist. Es liegt demnach hier eine Paramorphose von Rutil nach Brookit vor, wie es auch durch das spec. Gewicht bewiesen wird. Ich wog folgende, zum Theil ansehnlich grofse Krystalle:

Absol. Gew.	Spec. Gew.
11,068 Gr.	4,148
45,694 „	4,193
32,715 „	4,199
16,527 „	4,212

Diese Gewichte stimmen mit demjenigen des Rutil (4,18—4,25; nur die eisenreichen Nigrine steigen bis 5,0) überein. Die den grofsen Brookitkrystall konstituirenden Rutile sind zuweilen so klein, dafs man weder ihre Form noch ihre Stellung mit dem blofsen Auge oder der Lupe erkennen kann. Immer aber verräth sich auch dann eine Verschiedenheit des Schimmers, je nachdem er durch die Prismenflächen mit ihrem Seidenglanz oder durch die Flächen der Grundform gebildet wird. Gewöhnlich indefs sind die Rutile so grofs, dafs man ihre Form ($P. \infty P. \infty P\infty. P\infty. \infty P \frac{3}{2}$) und ihre Stellung ermitteln kann. An einer der vorliegenden Stufen, einem Aggregat zahlreicher, bis 20^{mm} grofser pseudodihexaëdrischer Arkansite sind die Rutilprismen zum Theil bis 5^{mm} grofs und haben hier auch bereits die Aufmerksamkeit eines früheren Beobachters auf sich gezogen, wie die amerikanische Etikette (*„Arkansite with an habit of Rutil“*) beweist. Es liegt indefs nicht sowohl eine Bekleidung, sondern eine vollständige Umänderung des Krystalls durch seine ganze Masse vor. — Es folgt schon aus dem oben Gesagten, dafs die Rutile

gruppenweise eine parallele Stellung besitzen. Doch nicht allein unter einander, sondern auch zum großen Brookit, dessen Form sie nachahmen, streben die kleinen Prismen sich parallel zu stellen. Es ist keine Zwillingsverwachsung im engeren Sinn, welche bei verschiedenen und nicht isomorphen Mineralien kaum vorkommt, sondern lediglich eine gewisse Gleichartigkeit einzelner Axen- resp. Kantenrichtungen. Unverkennbar ist die richtende Kraft, welche der seinem Wesen nach schwindende Arkansit auf die Rutil-Epigonen ausgeübt hat. Auf den Flächen *M* ist die Stellung der Rutilprismen meist eine verticale, so daſs eine Fläche des zweiten Prisma mit dem Makropinakoid zusammenfallen würde. Diese Gruppirung ist in Fig. 13 schematisch dargestellt, wobei indeſs zu bemerken, daſs die Rutilprismen sehr viel kleiner, auch nur annähernd parallel und häufig unterbrochen sind. Eine andere, mehrfach beobachtete Stellung konnte in derselben Figur nicht wiedergegeben werden. Die kleinen Prismen liegen quer auf der brachydiagonalen Kante der Pyramide *e*.[1])

Der Rutil bewährt auch in dieser Paramorphose das Bestreben, nachahmende Gestalten zu bilden, ähnlich wie es früher für die Verbindung von Rutil und Eisenglanz nachgewiesen wurde. Bei der Anschmiegung seiner Formen an diejenige des ursprünglichen Brookit kommt dem Rutil besonders auch seine Zwillingsbildung zu Statten. Einen kleinen (10^{mm}) paramorphen Arkansitkrystall würde man — ohne Beachtung der Paramorphose — gewiſs für jene mehrfach wiederholte Zwillingsbildung des Rutils halten, bei welcher *eine* Seitenaxe parallel bleibt (P. Dana, Mineralogy S. 159, Figg. 161, 162, — letztere eine Copie nach G. Rose, Diese Ann. Bd. 115, S. 643). So wird ein Theil des Pseudodihexaëders — 2, 3, 4 ja 5 Sextanten — durch parallele Gruppen von kleinen Rutilprismen gebildet. Die Möglichkeit dieser nachahmenden Gestaltung

[1]) Einige weitere Beobachtungen über diese merkwürdigen Paramorphosen s. N. Jahrb. f. Min. v. Leonhard u. Geinitz, 1876. S. 397.

beruht auch hier auf der Annäherung gewisser Winkel. Beim Brookit beträgt die Neigung einer Fläche des Makrodoma's $\frac{1}{2}\bar{P}\infty$, (welche die brachydiagonale Polkante der Pyramide *e* abstumpfen würde) zum Makropinakoid = 119° 17'$\frac{3}{4}$, die Kante zweier Flächen $\frac{1}{2}\bar{P}\infty$ in der Verticalaxe = 121° 24'$\frac{1}{2}$. Beiden Winkeln schmiegt sich der Rutilzwilling an mit dem durch die Flächen des zweiten Prisma gebildeten Knie von 114° 26'. Genauer noch können sich die Flächen des ersten Prisma beim Rutilzwilling ins Niveau legen mit den Flächen *M* und *e* des Brookits. Es messen die Kanten *M* : *e* = 134° 17'$\frac{2}{3}$, *e* : *e* (makrodiagonal) = 135° 37', während die Flächen des ersten Prisma am Rutilzwilling den Winkel 134° 58' bilden. Diese und andere Annäherungen der Kantenwinkel gestatten dem Rutil, sich in seinen Aggregaten dem Arkansit einigermaafsen zu accommodiren, wobei indefs neben und zwischen den in ihrer Stellung orientirten Gruppen auch zahlreiche, ganz unregelmäfsig gelagerte Partien von Rutilprismen sich finden. Recht eigenthümlich ist es, wie die Moirézeichnung bald unregelmäfsig gerundete Gestalten bildet (s. Fig. 14,), an die Zwillingsflecke des Quarz erinnernd, bald aber mehr geradlinig begrenzte Streifen darstellt, welche mit gleicher Stellung der schimmernden Elemente von einer Fläche zur andern übergehen. So bietet also die Umänderung des Brookit in Rutil ein neues und ausgezeichnetes Beispiel jener denkwürdigen Thatsache dar, dafs zwei dimorphe Zustände ein und derselben Substanz in der Gestaltung des Körpers sich zugleich darbieten, indem der eine, ursprüngliche, als Zeugnifs seines Daseins die Conturen der Krystallform hinterlassen hat, während dem andern dimorphen Zustand die später gebildeten Krystalle angehören, welche innerhalb jener Conturen sich entwickelt haben. — Es reiht sich unsere neue Paramorphose an ähnliche bereits bekannte an, welche den Rutil in der Anatasform zeigen. Eine solche beschrieb R. Blum (III. Nachtrag zu d. Pseudom. des Mineralreichs, S. 264, 1863). Ein 10^{mm} grofses Anatas-Oktaëder von Itabira in

Brasilien besteht aus einem stänglichen bis fasrigen Aggregat von Rutil in nicht paralleler Stellung. Aehnliche Gebilde erwähnt Des Cloizeaux (*Man. de Minéralogie T.* II, 202) von Diamantino in Brasilien. Dieselbe Paramorphose, Rutil nach Anatas, beobachtete v. Kokscharow aus der Goldseife am Flusse Sanarka (Gouv. Orenburg). Der Rutil erfüllt das Anatasoktaëder in regellos gestellten Bündeln. Bei den Brookiten anderer Fundorte gelang es mir nicht, jene an den Arkansiten offenbar sehr gewöhnliche Umänderung zu beobachten.

89. Analyse des gelben Augit vom Vesuv.

In einer früheren Arbeit (Pogg. Ann. Ergänzungsb. VI, 338) gab ich die krystallographische Bestimmung des gelben Augit vom Vesuv, der schönsten unter den zahlreichen Varietäten dieses Minerals, welche sich in den Auswürflingen dieses Vulkans finden. Es war mir damals wegen der grofsen Seltenheit der in Rede stehenden Krystalle noch nicht möglich, ihre chemische Zusammensetzung zu ermitteln. — Ein ausgezeichneter Auswürfling, welchen ich im Jahre 1872 mitgebracht, gestattet mir, die angedeutete Lücke in der Kenntnifs der Vesuv-Mineralien auszufüllen. Die aus den Sommatuffen stammende Bombe hatte einen Durchmesser von 5^{ctm}. Die peripherische Zone besteht vorzugsweise aus Sanidin mit schwarzem Augit, wenig schwarzer Hornblende und Melanit. Dieser nur dünnen äufsern Zone folgt nach innen eine zweite Zone, welche wesentlich aus grünem Diopsid und gleichfarbigem Biotit besteht. Die zierlichen, sehr kleinen Krystalle des Diopsids sind eine Combination der bekannten Flächen: $u = -P$, $s = P$, $p = P\infty$, $m = \infty P$, $a = \infty P \infty$, $b = (\infty P \infty)$ (S. a. a. O. S. 338).

Das Innere des Auswürflings besteht aus einem drusigen Aggregat von röthlichem Augit, Glimmer und Humit. Beide letztere Mineralien dieses schönen Gemenges sind fast gleich von Farbe. Auf die Randflächen des Glimmers blickend, kann man denselben kaum vom Humit unterscheiden,

während der Perlmutterglanz der basischen Fläche des Glimmers beide Mineralien augenblicklich unterscheiden läſst. Der gelbliche Augit des innern Krystallgemenges besitzt eine andere Flächen-Combination als der grüne Diopsid, nämlich: $s = P$, $o = 2\,P$, $z = (2\,P\infty)$, $p = P\infty$, $m = \infty P$, $f = \infty P\,3$, $a = \infty P\infty$, $c = o\,P$.

Die Figur 15 Taf. V zeigt die Ausbildung der Krystalle. An einem der bestgebildeten Individuen wurden mehrere Winkel gemessen, deren Vergleich mit den aus den früher ermittelten Axenelementen ($a : b : c =$ 1,09213 : 1 : 0,589311; Axenwinkel $= 105^\circ\ 49'\ 51''$) berechneten Werthen die folgende Zusammenstellung ermöglicht:

	gemessen:	berechnet:
$m : m =$	92° 50′	92° 50′
$a : m =$	133 38	133 35
$m : f =$	152 52	152 53
$c : p =$	148 40	148 40
$a : p =$	105 26	105 30
$c : o =$	114 40	114 35
$c : z =$	131 25	131 21

Zur Analyse stand nur 0,5 gr. zur Verfügung; specifisches Gewicht 3,233.

Kieselsäure	53,2	Ox = 28,34	
Thonerde	1,5	0,70	
Eisenoxydul	2,3	0,51	
Kalk	23,4	6,68	14,91
Magnesia	19,3	7,72	
Glühverlust	0,2		
	99,9		

Es stimmt demnach der gelbe Augit vom Vesuv sehr nahe mit den bereits früher untersuchten weiſsen oder ganz lichtfarbigen Varietäten von Achmatowsk, Orrijärfvi, Gulsjö etc. überein. Recht bemerkenswerth ist es wohl, daſs in dieser vesuvischen Bombe der Augit in drei verschiedenen Farben und Ausbildungsweisen vorkommt:

schwarz, als Gemengtheil des die äufsere Hülle bildenden Sanidin-Gesteins; grün in der zweiten, die eigentliche Drusenwandung bildenden Zone, endlich lichtgelblich in dem das Innere erfüllenden Gemenge. Es scheint gleichsam eine Läuterung, eine Veredlung — an welcher auch der Glimmer Theil nimmt — von der äufseren Zone nach dem Innern unseres Auswürflings stattgefunden zu haben.

90. Eine neue Combinationsgestalt des Kalkspath's von Elba. Seltsame Fortwachsung eines Kalkspathkrystalls von Oberstein.

Die letzte krystallographische Untersuchung, welche meinen verewigten Freund Hessenberg beschäftigte, war einer Kritik der Kalkspath-Skalenoëder gewidmet. Im Hinblick auf den immer wachsenden Reichthum dieser Formen, deren Symbole nicht selten mit dem Gesetz der einfachen Axenschnitte unvereinbar scheinen, legte sich Hessenberg die Frage vor: „ob im Systeme des Kalkspaths mehr durchgreifend eine Vereinfachung der Parameterschnitte angestrebt werde oder mehr eine Bereicherung des Zonenzusammenhangs; welchem der beiden Principien in Collisionsfällen der Vorzug gebühre? ob das innerste Gesetz der Kalkspathkrystallisation der Hochzifferigkeit der Parameter widerstrebe, oder sie vielmehr begünstige, wie es ja auch beim Quarz der Fall ist?" Einen kleinen Beitrag zur Lösung dieses schwierigen Problems gewann ich aus der Untersuchung von Kalkspathdrusen aus dem Kalkstein der Veste Falcone — dem westlichen der beiden Festungshügel von Portoferrajo — welche ich dem Hrn. Raf. Foresi verdanke. Jene Höhe, welche in steilen Felsen gegen das Meer abstürzt, besteht zum gröfseren Theil aus röthlichgelbem Kalkstein, von zahlreichen Kalkspathadern durchsetzt. Die Felsen des Forte Falcone bilden auch die Fundstätte der früher geschilderten Kalkspathzwillinge (s. diese Ann. Bd. 132, S. 536).

Die in Drusen versammelten Krystalle der neuen Combination, nur selten gröfser als 10^{mm}, sind in den Fig. 17 und 18 dargestellt.

Sie sind demnach umgrenzt theils von dem neuen Skalenoëder ς nebst dem ersten spitzen Rhomboëder $-2R$, mit schmal abgestumpften Polkanten (durch R); theils gesellt sich das Skalenoëder $R\,3$ zu der neuen Form und der Scheitel wird durch das erste stumpfe Rhomboëder $-\frac{1}{2}R$ gebildet. Die Flächen des Skalenoëder (Fig. 17) sind, wenngleich nicht so vollkommen spiegelnd wie die $-2R$, doch trefflich gebildet und geben gute Bilder. Es wurden zunächst an zwei etwa 3^{mm} großen Krystallen sämmtliche Polkanten der freien Enden gemessen.

Kr. 1.	$X =$	95° 51′	95° 57′	96° 6′
	$Y =$	151 29	151 30	151 30
Kr. 2.	$X =$	95 45	95 55	96 5
	$Y =$	151 30	151 31	151 30

An sechs anderen Krystallen wurden noch folgende Messungen ausgeführt: $X = 95°\ 48'$, $54'$, $58'$; $96°\ 4'$, $8'$, $10'$. $Y = 151°\ 28'$, $29'$, $30'$, $30'$, $33'$, $35'$.

Der Mittelwerth dieser 12 gemessenen Kanten X ist demnach $95°\ 58',4$; der 12 Kanten $Y = 151°\ 30',4$.

Diesen Winkeln entspricht die Neigung der Kante X zur Verticalen $= 25°\ 28'\ 52''$, der Kante Y zur Verticalen $= 19°\ 15'\ 20''$.

Suchen wir nach einem Skalenoëder-Symbol, dessen Kantenwinkel den eben angegebenen annähernd entsprechen, so bleibt uns die Wahl zwischen $-\frac{8}{5}R\frac{9}{4}$ und $-\frac{3}{2}R\frac{20}{9}$.

Für das Skalenoëder

$$-\tfrac{8}{5}R\tfrac{9}{4} = (a' : \tfrac{5}{23}b : \tfrac{5}{18}a' : \tfrac{5}{31}b : \tfrac{5}{13}a' : \tfrac{5}{8}b : c)$$

berechnen sich folgende Winkel:

$$X = 96°\ 17'\ 30''$$
$$Y = 150\ \ 15\ \ 48$$
$$Z = 134\ \ 59\ \ 58$$

Neigung von X zur Verticalen $= 23°\ 47'\ 8''$
„ „ Y „ „ $= 18\ \ 6\ \ 30$

Während die Kante X sich dem gemessenen Werth nähert, weicht Y um so bedeutender ab, wodurch, da die

Messungen von Y unter sich sehr gut übereinstimmen, die Annahme dieser Form durchaus vermehrt wird.

Für $-\frac{3}{2}R\frac{20}{9} = (\frac{12}{11}a' : \frac{4}{17}b : \frac{3}{10}a' : \frac{4}{23}b : \frac{12}{29}a' : \frac{2}{3}b : c)$ findet man:

$$X = 96^\circ\ 43'\ 46''$$
$$Y = 150\ \ 48\ \ 48$$
$$Z = 132\ \ 48\ \ 15$$

Neigung von X zur Verticalen $= 25^\circ\ 30'\ 12''$
„ „ Y „ „ $= 19\ \ 25\ \ 20$

Doch auch diese bisher nicht angegebene Form weicht in ihren Kanten sehr bedeutend von dem gemessenen Skalenoëder ab.

Obgleich wir demnach mit den Symbolen $-\frac{6}{5}R\frac{9}{4}$[1]) und $-\frac{3}{2}R\frac{20}{9}$ bis an die Grenze der krystallonomisch rationalen einfachen Axenschnitte gegangen sind, so gelingt es dennoch nicht, eine irgendwie befriedigende Uebereinstimmung der gemessenen und berechneten Winkel zu erzielen, oder eine Erklärung für so großse Abweichungen wohlgebildeter und unter sich übereinstimmender Kanten zu finden. Lassen wir aber die Einfachheit der Indices der Axenschnitte fallen, so wird es uns unschwer gelingen, ein Skalenoëder zu berechnen, welches in vollkommen befriedigender Weise mit den Messungen, d. h. mit der wirklich vorliegenden Gestalt übereinstimmt.

Eine Vergleichung der Tangenten der Winkel $25^\circ\ 28'\ 52''$ und $19^\circ\ 15'\ 20''$ (d. h. der Neigungen der Polkanten X und Y zur Verticalen) mit der Tangente von $63^\circ\ 44'\ 46''$

[1]) Das Skalenoëder $-\frac{6}{5}R\frac{9}{4}$ findet sich zwar schon bei **Zippe** (S. 21) — wenngleich als ungewifs bezeichnet; es wurde auch von **Des Cloizeaux** in seine Tabelle aufgenommen S. 102, 103 als $q = d\,\frac{1}{2}\frac{1}{8}\,d^1\,b\frac{1}{3}$. Dennoch scheint die Existenz desselben noch nicht erwiesen. Es darf hier darauf hingedeutet werden, dafs die von **Dufrénoy** (*Traité de Minéralogie II. p.* 290) angegebenen Winkel X $96^\circ\ 44'$, Y $150^\circ\ 48'\ 40''$ nicht zu jenem Symbole führen, wie **Zippe** (S. 21) glaubt, sondern vielmehr genau übereinstimmen mit dem oben angegebenen Skalenoëder $-\frac{3}{2}R\frac{20}{9}$. Die von **Zippe** angeführte axonometrische Formel $\frac{1}{10}a' : \frac{1}{46}a : \frac{1}{25}a : \frac{1}{12}c$ stimmt nicht nur nicht mit dem Symbol $-\frac{6}{5}R\frac{9}{4}$, welchem er sie gleichsetzt, sondern sie ist auch in sich inkorrekt und unmöglich.

(der Neigung der Polkante der Grundform — 105° 5′ — welche die Axeneinheiten bestimmt) ergiebt die Schnitte zweier Zwischenaxen (*b*)

$$= \frac{1}{5,80392} \text{ und } \frac{1}{4,25426}$$

für welche man supponiren kann

$$\frac{1}{5,80} \text{ und } \frac{1}{4,25} \text{ oder } \frac{5}{29} \text{ und } \frac{4}{17}.$$

Diese führen zu dem Symbol

$$-\tfrac{31}{20} R \tfrac{201}{93} = (\tfrac{10}{9} a' : \tfrac{4}{17} b : \tfrac{60}{201} a' : \tfrac{5}{29} b : \tfrac{20}{49} a' : \tfrac{20}{31} b : c)$$

für welches

$$X = 95^\circ\ 56'\ 47''$$
$$Y = 151\ \ 31\ \ 18$$
$$Z = 135\ \ 55\ \ 54$$

Neigung von X zur Verticalen $= 25^\circ\ 30'\ 12''$
„ „ Y „ „ $= 19\ \ 16\ \ 3$

Ob durch vorstehende Beobachtung die Existenz des Skalenoëder $-\tfrac{31}{20} R \tfrac{201}{39}$ d. h. das Vorkommen einer Form mit irrationalen Axenschnitten beim Kalkspath bewiesen wird, wage ich allerdings noch nicht zu behaupten. Zur Beantwortung der so überaus wichtigen Frage, ob das Grundgesetz der Krystallographie, die Thatsache der rationalen Axenschnitte, gewisse Einschränkungen erleidet, bedarf es noch zahlreicher sorgsamer Beobachtungen. Theoretische Schlufsfolgerungen allein, namentlich wenn sie nicht mit Autopsie verbunden sind, so sinnreich sie auch sein mögen, genügen nicht zur Kritik der Messungen. Welch eine Reihe der schönsten Folgerungen zog Hauy aus seiner Annahme, dafs die Rhomboëderfläche des Kalkspaths eine vollkommen grade Abstumpfung der Kante zwischen der Basis und dem ersten Prisma bilde! Wie sinnreiche, ja bewundernswerthe Deduktionen zog Weifs aus seiner Voraussetzung der rechtwinkligen Axen $\sqrt{13} : \sqrt{3 \cdot 13} : \sqrt{3}$ für den Feldspath! Dennoch lehrten die fortschreitenden Beobachtungen, dafs alle diese Schlufsfolgerungen den Thatsachen nicht entsprechen. Vergebens

suchte Hauy zu beweisen, dafs der Winkel des Kalkspathrhomboëder nicht $105^{0}\,5'$ sein könne (wie Wollaston, Malus und Biot gemessen), sondern vielmehr $104^{0}\,28'\,40''$ betragen müsse, da nur dieser Werth dem Verhältnifs der Flächendiagonalen $\sqrt{3} : \sqrt{2}$ entspreche, mit welchem alle jene schönen geometrischen Beziehungen der Kalkspathkrystallisation stehen und fallen würden. Auch in unserm Fall ist es nicht rathsam, theoretischen Voraussetzungen zu lieb — und mögen sie noch so innig mit den Grundlagen der Wissenschaft verbunden erscheinen — die Beobachtungen zu corrigiren. Das flächenreiche System des Kalkspaths und ebenso dasjenige des Quarz scheint durchaus die Annahme von Indices zu erheischen, welche der Irrationalität ganz nahe stehen. Ich erinnere z. B. an die von Des Cloizeaux nachgewiesene Fläche α beim Quarz

$$d_{\frac{1}{22}}\, d_{\frac{1}{27}}\, b_{\frac{1}{48}} = (\tfrac{1}{5}a' : \tfrac{1}{80}b : \tfrac{1}{75}a' : \tfrac{1}{145}b : \tfrac{1}{70}a' : \tfrac{1}{65}b : c),$$

welche eine Abstumpfung zwischen dem hexagonalen Prisma und der Trapezfläche x bildet.

Mit Rücksicht auf das in Obigem geschilderte Kalkspath-Skalenoëder mit irrationalen Axenschnitten schien mir auch der Nachweis nöthig, dafs hier wirklich kohlensaurer Kalk, nicht etwa eine magnesiahaltige Verbindung vorliege, deren Grundform eine stumpfere seyn würde. Es wurde demnach constatirt, einerseits dafs das Rhomboëder $-2R$ genau mit den Winkeln des Kalkspaths übereinstimmt, ferner, dafs nur eine sehr geringe Spur von Magnesia in den Krystallen vorhanden ist.

Mit dem Namen „Fortwachsungen" bezeichnen wir die Erscheinung, dafs ein Krystall in seiner Vergröfserung oder Fortentwicklung eine andere Flächencombination oder Ausbildung darbietet, als in seiner ersten Anlage. Diese Fortwachsungen deuten demnach auf eine Unterbrechung der Krystallisation resp. auf veränderte Bedingungen der Entwicklung. Eine interessante Erscheinung dieser Art ist in der Fig. 16, Taf. V zur Anschauung gebracht, ein Krystall aus den Melaphyrdrusen von Oberstein, welcher theils einen rhomboëdrischen, theils einen skalenoëdrischen Habitus

zeigt. Mit dem Rhomboëder $f = -2R$ tritt in Combination das Skalenoëder

$$-\tfrac{1}{2}R4 = (\tfrac{4}{3}a' : \tfrac{4}{11}b : \tfrac{1}{2}a' : \tfrac{4}{13}b : \tfrac{4}{5}a' : \tfrac{1}{2}b : c).$$

Diese Form ist eine recht ungewöhnliche; sie wurde indefs an den Krystallen des Oberen Sees beobachtet (s. diese Ann. Bd. 132, S. 393). Das Rhomboëder $-2R$ trägt fast genau, wie es die Zeichnung darstellt, eine grofse mittlere und drei auf die Lateralecken gestellte Spitzen. In der Figur ist die hintere der drei kleineren Thürmchen wegen Ueberladung und weil dasselbe ganz durch die centrale Spitze verdeckt wird, fortgelassen. Mit dem unteren Pol war der Krystall aufgewachsen, daher hier nur eine unvollkommene Begrenzung. Das centrale Skalenoëder verhielt sich wesentlich wie ein Kernkrystall, indem es sich in das Rhomboëder hineinsenkt. Es scheint demnach um das ursprüngliche Skalenoëder das Rhomboëder sich gebildet zu haben, auf dessen Lateralecken wieder skalenoëdrische Fortwachsungen entstanden. Bemerkenswerth ist wohl auch, dafs das centrale Skalenoëder keine Spur von Flächen $-2R$ aufweist, während die Eckthürmchen stets auch diese Flächen darbieten. Die grofsen Flächen $-2R$ zeigen sehr flache Hervorragungen, welche auf das Skalenoëder $-\frac{1}{2}R4$ deuten. Demnach haben wir zu unterscheiden eine primäre Bildung, welche den skalenoëdrischen Kern mit der centralen Spitze erzeugte, und eine secundäre Bildung, bei welcher rhomboëdrisches und skalenoedrisches Wachsthum sich combinirte. Einige Harmotom-Krystalle, ein in den Melaphyrmandeln von Oberstein häufiges Vorkommen, sind auf den Flächen des (35 mm. grofsen) Kalkspathgebildes aufgewachsen. Schon in einer früheren Arbeit (s. diese Ann. Bd. 135, S. 572—579) beschrieb und zeichnete ich eigenthümliche Fortwachsungen an Kalkspathkrystallen aus den Melaphyrdrusen von der Nahe: — ein gleich merkwürdiges Gebilde wie das hier vorliegende — im Besitze des Hrn. Dr. Fr. Scharff in Frankfurt a. M. — möchte kaum beobachtet seyn.

91. Ein merkwürdiger Glimmerkrystall vom Vesuv.

Die Krystallisation des Glimmers, speciell des vesuvischen Biotit, beschäftigt fort und fort die Mineralogen. Während die Untersuchungen der optischen Eigenschaften des vesuvischen Biotit (der einzigen genau meſsbaren Varietät) auf ein monoklines System deuten, beweisen die schärfsten Messungen, daſs die Grundform ein Rhomboëder und die Basis ein reguläres Hexagon ist, welche Formen nur im rhomboëdrisch - hexagonalen System vorkommen können. Bei dieser Sachlage wird jede neue Wahrnehmung in Bezug auf die Krystallisation des Glimmers von Interesse seyn. Aus einer vor Kurzem von Neapel erhaltenen Zusendung zeigte Hr. Stürtz mir einen 8 Ctm. groſsen Auswürfling, ein Aggregat von Olivin, Augit und Biotit mit einzelnen langen Nadeln von Apatit, indem er mich auf eine (etwa 6 Mm. gr.) Biotittafel aufmerksam machte, deren Randflächen einspringende Kanten bilden (s. Fig. 20, Taf. V). Zwei Seiten der sechsseitigen Tafel sind wegen der Aufwachsung nicht zur Ausbildung gelangt, während vier Randseiten frei auskrystallisirt sind und drei einspringende (in Fig. 20 durch gestrichelt-punktirte Linien bezeichnet), eine ausspringende Kante zeigen. Zum Verständniss dieses Gebildes müssen wir uns der gewöhnlichen Combination des vesuvischen Biotit erinnern (s. Fig. 19), wie sie von Kokscharow in d. Mater. z. Min. Ruſsl. II, S. 127, von Hessenberg Min. Not. No. 7, Taf. II, Fig. 19, vom Verf. in Zeitschr. d. deutsch. geol. Ges. Bd. 16, S. 83, 1864 von Laach, und diese Ann. Ergbd. VI, Taf. II, Fig. 24 beschrieben und gezeichnet wurden. Eine der gewöhnlichsten Combinationen des vesuvischen Biotits zeigt demnach die Flächen M, M', h, c mit folgenden Winkeln:

$$M : M' = 120^\circ\ 45\tfrac{1}{3},\quad M : h = 119^\circ\ 37'\ 19^{\circ},$$
$$M : c = 98^\circ\ 41',\quad h : c = 90^\circ.$$

Nach der Auffassung von Hessenberg erhalten diese Flächen, bezogen auf das hexagonal-rhomboëdrische System, folgende Symbole:

Dihexaëder $M = (\frac{3}{2}a : \frac{3}{4}a : \frac{3}{2}a : c)$, $\frac{4}{3}P2$
zweites hex. Prisma $h = (a : \frac{1}{2}a : a : \infty c)$, $\infty P2$
Basis $c = (\infty a : \infty a : \infty a : c)$, oP

Die Deutung der Flächen unseres Krystalls Fig. 20 stützt sich auf folgende Messungen $\underline{M} : c$, linke Seite der Fig. $= 98^\circ\, 57'$. $\underline{M} : h = 171^\circ\, 20'$ einspr. $\underline{c} : M = 98^\circ\, 46'$ $\underline{c} : \underline{M} = 81^\circ\, 22'$, $c : M'' = 98^\circ\, 43'$, $M'' . \underline{h} = 171^\circ\, 18$ ausspr.

Auch die Flächen $\underline{h}$ und M''' konnten mit Sicherheit bestimmt werden. Wenn es uns nun gestattet ist, aus den vier beobachteten Randbegrenzungen der Tafel auf die beiden der Beobachtung nicht zugängliche Seiten zu schliefsen und wenn wir die einspringenden Kanten als Beweis einer Zwillingsbildung betrachten dürfen, so würde das Gesetz der Verwachsung in folgender Weise zu definiren seyn: Zwillingsaxe die Normale zu c, Drehungswinkel 120°. In der That erhalten wir das Gebilde Fig. 20, wenn wir die Tafel Fig. 19 parallel der Basis durchschneiden und die obere Hälfte um 120° drehen und zwar so, dafs der vordere Rand sich von links nach rechts bewegt.

Für die Auffassung unseres Gebildes als eines Zwillings sprechen die gesetzmäfsigen, ein- resp. ausspringenden Kanten, welche vollkommen in Eine Ebene fallend auf vier angrenzenden Seiten zu beobachten sind. Hierbei wird also vorausgesetzt, dafs das normale Auftreten von M und h in der That so ist, wie die Figur 19 es darstellt. Ich verkenne allerdings nicht, dafs zum *Beweise* der Zwillingsbildung es bestätigender Beobachtungen bedarf. Man könnte es nämlich für möglich halten, dafs hier lediglich ein Alterniren der Flächen stattfindet. Diese Annahme würde indefs erheischen, dafs die genannten Pyramidenflächen und das zweite hexagonale Prisma holoëdrisch auftreten, wenigstens nicht der oben genannten Theilflächigkeit unterliegen. Auch würde die aufserordentliche Regelmäfsigkeit der in Einer Ebene zusammenstofsenden Flächen bei der Voraussetzung einer blofsen Flächenoscillation kaum begreiflich seyn. Der Drehungswinkel von 120° kann bei

normal entwickelten rhomboëdrischen Systemen allerdings keinen Zwilling erzeugen. Es würde demnach diese Drehung als eine besondere Eigenthümlichkeit des Glimmersystems zu betrachten seyn. An der Lage der Rhomboëderflächen — wenn solche an unserem Glimmer aufträten — würde sich der Zwilling nicht verrathen. Häufig findet man an vesuvischen Biotit-Krystallen ein treppenförmiges Alterniren der Randflächen, dasselbe ist aber gänzlich verschieden von der hier in Rede stehenden Erscheinung, welche vollkommen das Ansehen einer Zwillingsbildung hat [1]).

92. Rothgültigerz von Andreasberg.

Zwei ausgezeichnete mit Flächen beladene Rothgültig-Krystalle von Andreasberg, 15 Mm. grofs, aus der Sammlung des Hrn. Seligmann, boten mir Gelegenheit, die beiden schönen, in den Figg. 21 und 22, Taf. V dargestellten Combinationen zu bestimmen, welche unter sieben Skalenoëdern zwei neue und eines von merkwürdig abnormer Bildung zeigen:

$$r = R,\ (a : a : \infty a : c),$$
$$e = -\tfrac{1}{2}R,\ (a' : a' : \infty a' : \tfrac{1}{2}c)$$
$$\lambda = \tfrac{1}{5}R\tfrac{11}{3},\ (\tfrac{15}{4}a : b : \tfrac{15}{11}a : \tfrac{5}{6}b : \tfrac{15}{7}a : 5b : c)$$
$$l = \tfrac{1}{4}R3,\ (4a : b : \tfrac{4}{3}a : \tfrac{4}{5}b : 2a : 4b : c)$$
$$\mu = \tfrac{1}{5}R5,\ (\tfrac{5}{2}a : \tfrac{5}{7}b : a : \tfrac{5}{8}b : \tfrac{5}{3}a : 5b : c)$$
$$\nu = \tfrac{1}{5}R7,\ (\tfrac{5}{3}a : \tfrac{1}{2}b : \tfrac{5}{7}a : \tfrac{5}{11}b : \tfrac{5}{4}a : 5b : c)$$
$$\varrho = \tfrac{2}{3}R\tfrac{8}{3},\ (\tfrac{9}{5}a : \tfrac{9}{7}b : \tfrac{9}{16}a : \tfrac{1}{3}b : \tfrac{9}{11}a : \tfrac{3}{2}b : c)$$
$$h = R3,\ (a : \tfrac{1}{4}b : \tfrac{1}{3}a : \tfrac{1}{5}b : \tfrac{1}{2}a : b : c)$$
$$y = R5,\ (\tfrac{1}{2}a : \tfrac{1}{7}b : \tfrac{1}{5}a : \tfrac{1}{8}b : \tfrac{1}{3}a : b : c)$$
$$a = \infty P2,\ (a : \tfrac{1}{2}a : a : \infty c)$$
$$b = \infty R,\ (a : a : \infty a : \infty c)$$

Neu sind unter den hier aufgezählten Formen die Skalenoëder λ und ϱ. In folgender Tabelle bezeichnet X die kurze, Y die lange Polkante der Skalenoëder, x die Nei-

1) Einen zweiten vesuvischen Glimmerkrystall von genau gleicher Ausbildung mit derselben Vertheilung der ein- und ausspringenden Kanten am Rande der Tafel fand Hr. Seligmann in seiner Sammlung auf.

gung von X, y diejenige von Y zur Verticalen. Der Berechnung wurde zu Grunde gelegt die am Krystall Fig. 22 mit grofser Genauigkeit mefsbare Polkante von

$$-\tfrac{1}{2}R = 137^\circ\, 52'.$$

Aus derselben ergiebt sich die Polkante von $R = 108^\circ\, 34\tfrac{1}{2}$. Neigung der Polkante von R zur Verticalen $= 65^\circ\, 28'\tfrac{1}{2}$, der Polkante von $-\tfrac{1}{2}R = 77^\circ\, 8\tfrac{1}{2}$.

	X	Y	x	y
$\tfrac{1}{5}R\tfrac{11}{3}$	140° 28′	160° 33′	65° 28½′	61° 18′
$\tfrac{1}{4}R3$	142 54	159 3	65 28½	60 18¼
$\tfrac{1}{3}R5$	136 28	151 24½	57 26	53 52¼
$\tfrac{1}{5}R7$	129 57½	143 1½	47 37	44 53½
$\tfrac{2}{3}R\tfrac{8}{3}$	113 3	150 59⅓	43 12½	36 9
$R3$	105 34	144 47⅓	28 43¼	23 40¼
$R5$	109 19½	134 36	17 23¼	15 19⅓

Wir verdanken bekanntlich Hrn. Sella eine verdienstvolle Zusammenstellung der Formen des Rothgültigerzes, des Quarzes und des Kalkspaths (Quadro. etc. Torino 1856). In diesem Quadro sind die beiden Skalenoëder $\tfrac{1}{5}R\tfrac{11}{3}$ und $\tfrac{1}{5}R7$ beim Rothgültig nicht aufgeführt. Zur Vergleichung mit dem Kalkspath ist die Wahrnehmung nicht ohne Interesse, dafs von jenen 7 Skalenoëdern 3 bisher beim Kalkspath nicht beobachtet sind: $\tfrac{1}{5}R7$, $\tfrac{1}{5}R5$, $\tfrac{2}{3}R\tfrac{8}{3}$. Ein Studium der Zonen unserer Krystalle lehrt, dafs die Polkantenzone von R besonders reich entwickelt ist. Wir finden in derselben $\tfrac{1}{5}R\tfrac{11}{3}$, $\tfrac{1}{4}R3$, $R3$ und $R5$. Von besonderem Interesse ist die Zone $\tfrac{1}{5}R\tfrac{11}{3}$, $\tfrac{1}{5}R5$, $\tfrac{1}{5}R7$, $\infty P2$. Der betreffende Zonenpunkt liegt auf der Zwischenaxe in $5b$. Bemerkenswerth ist auch die Lage von $\tfrac{1}{3}R5$ in der Zone $R:\infty R$, welche in den Figuren deutlich hervortritt.

Die die Combinationskante $R : -\tfrac{1}{2}R$ abstumpfenden Skalenoëder sind im Allgemeinen wenig gut entwickelt. Statt scharfer Reflexe erhält man häufig Lichtstreifen, so dafs die Bestimmungen nicht ganz sicher. An den Krystallen von der Grube Gonderbach bei Lasphe finden sich z. B. nicht weniger als 6 bis 8 Flächen zwischen R und $-\tfrac{1}{2}R$, eben so vielen Skalenoëdern angehörend, deren Bestimmung nicht mit

Sicherheit geschehen konnte. An einem der Andreasberger Krystalle maſs ich auſser jenen angeführten Formen zwischen R und $-\frac{1}{2}R$ noch ein Skalenoëder derselben Lage: $X = 143^\circ\ 20'$ und $Y = 158^\circ\ 37'$, welche Winkel wohl auch nur auf die Form $\frac{1}{4}R3$ zu beziehen sind.

Das Skalenoëder $\frac{2}{3}R\frac{8}{3}$ (ϱ) ist sehr gut entwickelt, seine Winkel stimmen genau mit den berechneten Werthen. Gemessen $X = 113^\circ\ 3'$; $Y = 150^\circ\ 58'$. Die Bestimmung von $\frac{1}{5}R7$ (ν) geschah mittelst der Zone $a : \nu : \mu : \lambda$ und der gemessenen Kante $Y = 143^\circ\ 0'$. An $R3$ wurde die Kante $Y = 144^\circ\ 46'$ gemessen. Ebenso stimmten die Winkel der Form $R5$, einer der gewöhnlichen am Rothgültig gut mit der Rechnung überein. Anders verhält es sich mit dem Skalenoëder $\frac{1}{5}R5$ (μ), einer bereits von Sella beobachteten Form. Ihre Flächen sind zwar nicht ersten Ranges, aber doch sehr befriedigend meſsbar. Am Krystall Fig. 22, Taf. V wurden zwei Kanten $X = 134^\circ\ 38'$ und $134^\circ\ 34'$, sowie zwei $Y = 153^\circ\ 13'$ und $153^\circ\ 12'$ gemessen, desgleichen am Krystall Fig. 21 zwei $X = 134^\circ\ 35'$ und $134^\circ\ 39'$, $Y = 153^\circ\ 8'$. Beide Kanten weichen demnach um etwa $1^\circ\ 50'$ von den durch die Formel $\frac{1}{5}R5$ verlangten Werthen ab. Es ist nun nicht möglich eine Form mit rationalen Axenschnitten zu berechnen, deren Kanten mit den gemessenen übereinstimmen. Für $X = 134^\circ\ 34'$, $Y = 153^\circ\ 12'$ findet man $x = 57^\circ\ 52\frac{1}{3}'$ und $y = 53^\circ\ 25\frac{1}{4}'$. Die diesen Neigungen entsprechenden Axenschnitte b betragen 0,72656 und 0,6148; Werthe, für welche keine rationalen Zahlen sich supponiren lassen, wenn wir nicht, wie es oben geschehen, ganz ungewöhnliche Abweichungen gestatten. Welches die Ursache sey, daſs zwischen zahlreichen andern normal gebildeten Skalenoëdern eines sich findet, welches zu einem rationalen Symbol nicht führt — dies ist wohl recht schwierig anzugeben. Noch ist zu bemerken, daſs zwischen μ und ϱ, diese Kanten abstumpfend, noch eine sehr schmale unbestimmbare Fläche liegt, welche einen überaus stumpfen Winkel mit μ bildet. Die Flächen des Hauptrhomboëders sind die am wenigsten gut gebildeten, sie geben mehrfache und verwaschene Bilder.

Erklärung der Figuren-Tafel V.

1—6. Phakolith von Richmond, Colonie Victoria.
7—8. Sanidin aus Drusen einer doleritischen Lava von Bellingen im Westerwald.
9. Farbloser Anatas auf Eisenglanz vom Cavradi-Berge in Graubünden.
10. Rutil von Atliansk im Ural.
11, 12. Arkansit (Brookit) von Magnet-Cove, Arkansas.
13, 14. Paramorphosen von Rutil nach Arkansit (Brookit) von Magnet-Cove.
15. Gelber Augit vom Vesuv.
16. Kalkspath von Oberstein mit seltsamen Fortwachsungen.
17, 18. Neue Combination des Kalkspaths vom Forte Falcone bei Portoferrajo mit einem Skalenoëder von fast irrationalem Symbole.
19, 20. Biotit vom Vesuv.
21, 22. Rothgültigerz von Andreasberg.

Berichtigung. In der vorigen Forts. dieser Mitth. (d. Ann. Bd. 155, S. 24) S. 43, Z. 3 v. unten lies 135° 8′ statt 130° 45′ und 134° 47′ statt 140° 30½′.

IV. *Zur Kenntniſs der dielektrischen Polarisation; von Elihu Root.*

(Schluſs von S. 35.)

In unserm leeren Feld ist, wie oben gezeigt, die resultirende, elektrische Kraft constant und zu den Platten normal. Jetzt wollen wir irgend einen dielektrischen Körper in das Feld hineinbringen; sogleich wird er dielektrisch polarisirt und wirkt dann selbst inducirend auf die Platten zurück, so daſs das Feld nicht mehr dasselbe ist wie vorher. Um diese gegenseitigen Veränderungen näher ins Auge zu fassen, bedienen wir uns am besten des von Thomson [1]) entdeckten Princips der elektrischen Bilder. Angenommen es gäbe irgend ein System von elektrischen Punkten auf der einen Seite einer, auf Nullpotential erhaltenen, unendlich ausgedehnten Ebene; die Potentialfunction V auf dieser Seite der Ebene müſste folgenden Bedingungen genügen: $-\nabla^2 V = 4\pi E$ im Raume, und $V = 0$

1) Thomson, „*Cambridge and Dublin Mathematical Journal.*" 1848.

in der Ebene und in der Unendlichkeit. Durch diese Bedingungen könnte V unzweideutig bestimmt werden.

Es sey nun die Ebene entfernt und statt derselben ein zweites, ebenso festes System von Punkten in das Feld hineingebracht und zwar so, dafs man es als ein vollkommenes, in einer imaginären, die wirkliche ersetzende Ebene abgespiegeltes Bild des ersteren betrachten könnte, nur soll die *Elektricitätsart* des Bildes überall die entgegengesetzte des Objects seyn. Die Niveaufläche $V=0$ der beiden Systeme wäre in diesem Fall die imaginäre Ebene; obige Bedingungen wären also sämmtlich erfüllt und daher würden, weil V eindeutig ist, die beiden Systeme den wirklichen, elektrischen Bestand auf dieser Seite der Ebene völlig ersetzen können.

Steht die Ebene nicht auf dem Nullpotential, so könnten wir sie uns aus zwei Theilen zusammengesetzt denken, aus einer nämlich in jedem Punkt mit gleichen Elektricitätsmengen geladenen d. h. einer von der Gegenwart des Objects nicht afficirten und aus einer zweiten imaginären auf Nullpotential erhaltenen Ebene.

Wenden wir nun dieses Princip auf unsere parallele Ebene an. Ist irgend ein dielektrischer Körper im Feld aufgehängt, so wird er bis ins Unendliche hin und her zwischen den Messingplatten gespiegelt, ähnlich wie ein Lichtpunkt zwischen zwei parallelen Lichtspiegeln.

Bezeichnen wir mit Φ_0 die Potentialfunction des polarisirten Körpers mit Φ_1, Φ_2, Φ_3, ... Φ_{-1}, Φ_{-2}, Φ_{-3}, ... diejenigen der Bilder, so können wir schreiben

$$\mathfrak{x} = \varepsilon_1\left(X_r - \frac{\partial}{\partial x}\sum_{m=-\infty}^{m=\infty}\Phi_m\right)$$

$$\mathfrak{y} = \varepsilon_2\left(Y_r - \frac{\partial}{\partial y}\sum_{m=-\infty}^{m=\infty}\Phi_m\right)$$

$$\mathfrak{z} = \varepsilon_3\left(Z_r - \frac{\partial}{\partial z}\sum_{m=-\infty}^{m=\infty}\Phi_m\right)$$

Weil Φ_m gleichzeitig mit ε und jedenfalls in der Unendlichkeit verschwindet, so kann es kein von ε und $\frac{1}{r}$ unabhängiges Glied enthalten; von der $\Sigma\Phi_m$ können daher überhaupt nur wenige Glieder von wesentlichem Einfluſs seyn: ist überdieſs ε gegen die Kraft entweder unendlich groſs oder unendlich klein, so verschwindet $\Sigma\Phi_m$.

Jetzt wollen wir dem Körper eine krystallinische Struktur und Ellipsoidische Form geben, wobei die Axen desselben mit den Elektro-Elasticitätsaxen und auſserdem durch geeignetes Aufhängen sowohl die z-Axe mit der Drehungsaxe, als auch der Mittelpunkt des Ellipsoides mit dem des Feldes zusammenfallen mögen. Nun ist zwar ε der Theorie nach nicht als unendlich klein anzusehen; doch brauchen wir, weil es gegen die Kraft jedenfalls *sehr* klein ist, von der $\Sigma\Phi_m$, als eine erste Annäherung, nur Φ_0 zu berücksichtigen.

Das Problem der Magnetisirung eines Ellipsoides in einem gleichartigen Magnetfelde hat Poisson[1]) auf eine sehr einfache Weise gelöst. Bei Weglassung der Bilder haben wir aber ein gleichartiges Dielektricitätsfeld und können also den Ausdruck für die Potentialfunction Φ_0 aus der von Poisson angegebenen Lösung einfach niederschreiben. Demgemäſs ist

$$\Phi_0 = -\left(\frac{\mathfrak{x}}{E'}\cdot\frac{\partial\Omega}{\partial x} + \frac{\mathfrak{y}}{E'}\cdot\frac{\partial\Omega}{\partial y} + \frac{\mathfrak{z}}{\mathfrak{E}'}\cdot\frac{\partial\Omega}{\partial z}\right)$$

wobei Ω die *Gravitations*-Potentialfunction eines homogenen Ellipsoides bedeutet, also für einen inneren Punkt

$$\Omega = \pi abcE'\int_0^\infty d\lambda\,\frac{1-\frac{x^2}{a^2+\lambda}-\frac{y^2}{b^2+\lambda}-\frac{z^2}{c^2+\lambda}}{\sqrt{(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda)}}$$

für einen äuſseren Punkt, dem Maclaurin'schen Satz zufolge:

$$\Omega = \pi\frac{abc}{a'b'c'}E'\int_0^\infty d\lambda\,\frac{1-\frac{x}{a^2+\lambda}-\frac{y^2}{b^2+\lambda}-\frac{z^2}{c^2+\lambda}}{\sqrt{(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda)}}$$

1) Poisson, Mémoires de l'Institut, 1824.

wir erhalten dadurch für einen innern Punkt:

$$\Phi_0 = (A\mathfrak{x}x + B\mathfrak{y}y + C\mathfrak{z}z)$$

und für einen äufsern:

$$\Phi_0 = \frac{abc}{a'b'c'}(A\mathfrak{x}x + B\mathfrak{y}y + C\mathfrak{z}z).$$

Für ein abgeplattetes Sphäroid, wo

$$c^2 = b^2 + c^2e^2 = a^2$$

ist,

$$B = 4\pi\left(\frac{1}{e^2} - \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3}\arcsin e\right) \quad . \quad . \quad (5)$$

und

$$C = A = 2\pi\left(\frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3}\arcsin e - \frac{1-e^2}{e^2}\right) \quad . \quad (6)$$

und für eine Kugel

$$A = B = C = \tfrac{4}{3}\pi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Es ist demnach

$$\mathfrak{x} = \varepsilon_1(X_p - A\mathfrak{x}),$$

folglich

$$\mathfrak{x} = \frac{\varepsilon_1}{1 + A\varepsilon_1}X_p$$

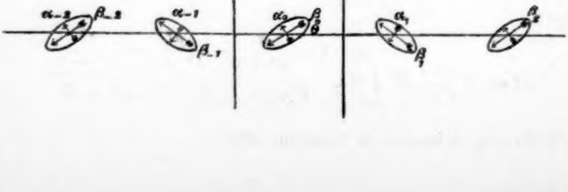
ebenso

$$\mathfrak{y} = \frac{\varepsilon_2}{1 + B\varepsilon_2}X_p$$

und

$$\mathfrak{z} = \frac{\varepsilon_3}{1 + C\varepsilon_3}Z_p = O.$$

Diese erste Approximation können wir nun benutzen, um zu einer zweiten zu gelangen. Denn wir haben jetzt vermöge der Homogenität des Objects in Bezug auf Materie, Form und Polarisation, eine sehr schöne Reihe von Bildern, welche durch folgende Figur versinnlicht wird.



Die potentielle Energie des Systems ist im Maximum, wenn stabiles Gleichgewicht eingetreten ist, der Punkt β_0 ist dann am stärksten afficirt. Setzen wir nun voraus, dafs der Ausschlagswinkel θ immer verschwindend klein sey und substituiren wir überall für die wirklichen Kräfte eine constante, die im Punkte β_0, so haben wir gewifs für die zweite Approximation einen Maximumwerth. Bezeichnen wir mit $\Sigma\alpha$ die Summe aller Brüche von der Form $\frac{abc}{a_\alpha b_\alpha c_\alpha}$, wobei $a_\alpha b_\alpha c_\alpha$ die Axen der mit α_0 confocalen Ellipsoide sind, welche durch die correspondirenden Punkte β hindurch gehen, so erhalten wir

$$\mathfrak{x} = \varepsilon_1 [X_p - A(1 - \Sigma\alpha)\mathfrak{x}]$$

$$= \frac{\varepsilon_1}{1 + A(1 - \Sigma\alpha)\varepsilon_1} X_p$$

$$\mathfrak{y} = \frac{\varepsilon_2}{1 + B\ (1 - \Sigma\alpha)\ \varepsilon_2} Y_p$$

$$\mathfrak{z} = \frac{\varepsilon_3}{1 + C\ (1 - \Sigma\alpha)\ \varepsilon_3} Z_p = 0.$$

Das Drehungsmoment um die z-Axe wird

$$N = \tfrac{4}{3}\pi abc \left\{ X_p \frac{\varepsilon_1}{1 + A\ (1 - \Sigma\alpha)\ \varepsilon_1} . (Y_p + B\mathfrak{y}\Sigma\alpha) \right.$$

$$\left. - Y_p \frac{\varepsilon_2}{1 + B\ (1 - \Sigma\alpha)\ \varepsilon_2} . (X_p + A\mathfrak{x}\Sigma\alpha) \right\}$$

Daher erhalten wir schliefslich

$$\tfrac{4}{3}\pi abc F^2 \theta . \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 (B - A)}{[1 + A(1 - \Sigma\alpha)\varepsilon_1][1 + B(1 - \Sigma\alpha)\varepsilon_2]} > N > \quad (8)$$

$$\tfrac{4}{3}\pi abc F^2 \theta . \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 (B - A)}{(1 + A\varepsilon_1)(1 + B\varepsilon_2)}.$$

Man sieht, dafs je kleiner ε ist, um so weniger der Werth von N von der Form des Körpers abhängig ist.

Weil nun die Kraft als constant betrachtet wird, so finden hier die bekannten Sätze der pendelartigen Schwingungen eine Anwendung, also.

$$N = \frac{C\pi^2}{T^2}\theta,$$

folglich erhält man vermöge der zweiten Approximation die Gleichung

$$F = \frac{\text{Const.}}{T}.$$

Die Maximal- und Minimal-Werthe der Ungleichung (8) lagen für unsere Krystalle, bei Zugrundelegung der Gleichung $K = n^2$ so nahe bei einander, daſs wir mit unserem approximativen Verfahren nicht weiter zu gehen brauchen.

Die Gleichung (9) wird durch die Erfahrung vollständig bestätigt, wie die folgende Tabelle zeigt, wobei der schwingende Körper (in diesem Fall eine Schwefelkugel) so aufgehängt war, daſs die Drehungsaxe mit der mittleren Elasticitätsaxe zusammenfiel.

Tabelle XIII.

Quecksilber-Commutator.

C	T	Zahl der Daniell'schen Elemente
24	11,750 11,700	976
24	23,938 23,950	488
24	11,750 11,750	976

Wir haben bei den Berechnnngen den Einfluſs des Condensatorrandes und des Hartgummiringes vernachlässigt. Dieser Einfluſs muſs sich für diejenigen Punkte, welche in der Axe des Feldes liegen, vermöge der Form des Condensators, als eine Kraft äuſsern, die parallel mit der Axe gerichtet und merklich constant ist. Oft nun in den folgenden Messungen fiel nach und nach, wegen einer Ausdehnung des Fadens, die aufgehängte Kugel um einen halben Durchmesser aus ihrer ursprünglichen Lage heraus, ohne dadurch eine merkliche Aenderung in der Schwingungsdauer zu verursachen. Daher können wir auch hier für die wirklichen Kräfte diejenige, welche in der Axe des Feldes herrscht, überall substituiren. Durch diese Correction wird die

Kraft F um ein wenig *vermehrt*, die Formeln aber bleiben dieselben.

Zu meinen Messungen benutzte ich folgende, sämmtlich von dem Optiker Hrn. Steeg in Homburg geschliffene Krystalle:

1. Vollkommen kreisrunde, parallel den optischen Axen geschliffene Scheiben von Turmalin, Topas, Quarz, Arragonit und Kalkspath. Die Turmalin- und Topas-Scheiben waren voll kleiner, unregelmäſsiger Sprünge, die Arragonitscheibe II hatte einen kleinen, bogenförmigen Sprung am Rande; alle anderen waren ganz fehlerfrei.

2. Biconvexe Linsen von Arragonit und Kalkspath, vollkommen fehlerfrei, und so geschliffen, daſs die Kreisschnitte parallel den optischen Axen waren. Allen Arragonit- und Kalkspath-Scheiben und Linsen wurden die Ränder so gut wie möglich abgerundet.

3. Kugeln von Quarz, Arragonit, Kalkspath und natürlichem Schwefel. Die drei ersten waren ganz ohne Sprünge, doch zeigte die Arragonitkugel, welche zuerst wie ganz vollkommen aussah, bei genauer Beobachtung eine Ebene im Innern, die auf einen unvollkommenen Bau des Krystalls hindeutete. Diese Ebene bildete einen Winkel von 45° mit der Ebene der optischen Axen, und die Schnittlinie der Ebenen war ziemlich genau parallel der Mittellinie der optischen Axen. Trotzdem zeigten sich alle Phänomene eines zweiaxigen Krystalls ganz vollkommen. Die beiden Schwefelkugeln hatten zwar sehr gute Flächen, sie enthielten auch keine fremde Substanz im Innern, waren aber nicht ohne bedeutende Sprünge. Die Kugel I, welche sonst die beste Kugel war, hatte in der Richtung der z-Axe eine kleine Verlängerung.

Die *Dimensionen* der Krystalle sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Tabelle XIV.

Krystalle	Durchm. in Mm.	Dicke in Mm.
Turmalin	10,8	1,92
Topas	11	1,97
Quarz	10	1,97
Arragonit-Scheibe I	10,62	0,608
„ „ II	11,27	0,425
„ Linse, 40 Mm. R.	12,27	1,69
Kalkspath-Scheibe	11,13	0,745
„ Linse, 40 Mm. R.	10,71	1,05
Quarzkugel	18	
Kalkspathkugel	12,8	
Arragonitkugel	12,8	
Schwefelkugel I	12,58	
„ II	12,22	

Die Bestimmung der Lage der optischen Axen in den beiden Schwefelkugeln und auch in der Arragonitkugel, erwies sich als eine aufserordentlich leichte, da das Phänomen der konischen Refraction mit freiem Auge ohne jedes weitere Hülfsmittel sehr deutlich sichtbar war, sobald ich durch die Kugel nach irgend einem Lichtpunkt hindurchsah. Noch genauer konnte ich die Lage der *Elasticitätsaxen* in den Schwefelkugeln dadurch bestimmen, dafs ich diejenige Richtung aufsuchte, wo das Licht durch Refraction nicht gebrochen wurde, der Lichtpunkt also einfach erschien; dabei lag immer der Mittelpunkt der Kugel in einer Linie, welche Auge und Lichtpunkt verband. Die optische Axe der Quarz- und Kalkspathkugeln kann sehr genau bestimmt werden durch Beobachtung der Ringsysteme, welche bei passender Linsencombination in einem Nörremberg'schen Polarisationsapparat, in ihrer vollen Klarheit erscheinen. Ich habe sie auf diese Weise bestimmt; zur Controle habe ich auch die Lage der optischen Axen der Arragonitkugel mittelst der bekannten Lemniscatencurven gefunden.

Die Art des Aufhängens war sehr einfach. Nachdem die Axenrichtung bestimmt worden war, und dies geschah sehr oft, bei den Kugeln sogar vor jedem Aufhängen, wurde ein einziger Coconfaden durch ein kleines Tröpfchen Kitt an der Scheibe befestigt. Der Coconfaden trug auch die Kugeln, selbst die grofse Quarzkugel; zur sicheren Befestigung war aber bei diesen der oberste, 2^{mm} lange Theil einer sehr feinen Nähnadel an dem Coconfaden befestigt und erst dieser in das Kitttröpfchen gedrückt. Vor dem Hinaufschrauben ins dielektrische Feld wurde jedesmal der Krystall sorgfältig mit Alkohol und Fliefspapier gereinigt und die Staubtheilchen so gut wie möglich davon entfernt. Obwohl eine veränderte Lage im Felde nicht störend war, so wurde bei vergleichenden Messungen der Krystall immer genau auf dieselbe Stelle gebracht; und dies geschah sehr leicht wegen der Construction des Condensators, vermöge welcher es nicht nöthig war, beim Einhängen den Apparat irgendwie in der Lage zu ändern. Durch Spiegelung konnten die Scheiben genau senkrecht aufgehängt werden.

Boltzmann wurde in seinen Messungen durch eine Leitung des Coconfadens gestört. Mein meterlanger Faden konnte überhaupt nur sehr langsam ableiten; wäre er aber von Metall, so würde das ohne Einflufs auf meine Beobtungen gewesen seyn; denn die Vertauschung der Pole war eine vollkommene. Dafs eine leitende Vertheilung der Elektricitäten wirklich nicht störend war, zeigte folgendes Experiment, zu dessen Würdigung man daran denke, dafs, nach einer dauernden Wirkung von 30 Sec., der Krystall sich bei einer Verwechslung der Pole umkehrt. Nachdem die Schwefelkugel I zur Messung der Tabelle XIII gedient hatte, wurde sie einer 5 Min. constant dauernden Kraftwirkung von 976 Daniell'schen Elementen ausgesetzt; doch zeigte sie *gleich* nachher, bei commutirender Ladung, die Schwingungsdauer 11,775, während das Mittel aus der eben genannten Tabelle 11,737 ist.

Die Messung der Schwingungsdauer bei den Scheiben geschah nach der bekannten Gaufs'schen Methode, mittelst

Spiegelung. Das Fernrohr hatte eine Entfernung von der Platte von 2000^{mm}; der Ausschlagswinkel lag immer zwischen 10 und 17 Minuten, konnte daher unbedingt als unendlich klein betrachtet werden. Ebenso genau konnten die Linsenschwingungen verfolgt werden und zwar mittelst der von den ersten und zweiten Flächen reflectirten Bilder, welche sich in entgegengesetzten Richtungen bewegten.

Schwieriger war die Verfolgung der Kugelbewegungen. Zum Theil bestimmte ich als Durchgangszeit den Augenblick, wo die beiden gebrochenen Strahlen sich zu einem einzigen vereinigten; öfter verfolgte ich jedoch, weil auf diese Weise die Beurtheilung der Amplitude sicherer war, irgend einen erkennbaren Punkt der Fläche.

Eine Messung der Kraft habe ich bei den Scheiben und Linsen meistentheils dadurch erspart, dafs ich unmittelbar nach einander Messungen in den zu vergleichenden Richtungen ausführte. Sonst wurde die Kraft mittelst eines zweiten Condensators, worin eine Krystallscheibe hing, gemessen. Wir haben gesehen, dafs die Kraft umgekehrt proportional der Schwingungsdauer ist. Die Schwingungsdauer einer Kugel, dividirt durch die Schwingungsdauer der Kraftscheibe, giebt „T" für eine beliebige *Krafteinheit*. Dieser Werth von T ist derjenige, welcher in den folgenden Tabellen der Kugelmessungen angegeben wird. Kraft und Schwingungsdauer der Kugeln wurden immer alternirend gemessen.

Diejenige Richtung in einem Krystall, in welcher, nach der Fresnel'schen Hypothese, die Elasticität am kleinsten, also nach der Maxwell'schen Theorie die dielektrische Permeabilität am gröfsten ist, wollen wir, der Kürze wegen, einfach als die *Maximumrichtung* bezeichnen und sie in unseren Tabellen durch einen Pfeil andeuten. Ein senkrechter Pfeil bedeutet also, dafs die Maximumrichtung mit der Drehungsaxe zusammenfällt; ein horizontaler dagegen, dafs sie in der Aequatorialebene liegt. Bei den Kugeln behalten wir die Fresnel'sche Bezeichnung bei und nennen die Axe der gröfsten Elasticität, also der kleinsten Permea-

bilität die x-Axe: die z-Axe ist dann die kleinste Elasticitäts- und die gröfste Permeabilitätsaxe, während schliefslich die y-Axe die Axe mittlerer Elasticität und Permeabilität ist.

Die Resultate der Messungen waren für Topas und Turmalin kaum erwähnenswerth, wegen der Unvollkommenheit der Scheiben.

Die Topasscheibe, horizontal aufgehängt, stellte sich so, dafs die Maximumrichtung weder axial, noch äquatorial war; nach der Theorie soll aber die Richtungskraft aufserordentlich klein seyn; denn bei Zugrundelegung der Fraunhofer'schen Linie E ist

$$\frac{1}{a} = 1,6145, \ \frac{1}{c} = 1,6241.$$

Auch bei der Turmalinscheibe war die Maximumrichtung keine bevorzugte. Wenn man aber bedenkt, wie störend der Einflufs der Sprünge seyn kann, so ist das Resultat nicht auffallend. Faraday [1]) hat nämlich die Erfahrung gemacht, dafs Sprünge, welche der Luft keinen Eintritt erlauben, gute Leiter der Elektricität sind.

Eine Quarzscheibe hatte so wenig Richtkraft, dass immer die kleinste Abweichung von der horizontalen Lage die Einstellung bestimmte. Dieses entspricht der Theorie, denn wir haben für die Fraunhofer'sche Linie E

$$n_0 = 1,5471; \ n_e = 1,5563.$$

Für alle anderen Scheiben und Linsen war die Maximal- *genau* die Axialrichtung.

1) Faraday, Exp. Res. al. 1193.

Arragonitscheibe I.

Tabelle XIV.

Commutatorzahl 80.

Combination: 2000 Gassiot'sche Elemente, Replenisher, Inductionscommutator.

Maximum-Richtung	T	T
↔	3,775 3,700 3,800 3,800	3,7688
↕	4,100 4,100 4,150 4,100	4,1125
↔	3,700 3,700 3,625 3,650	3,6688
↕	4,050 4,075 4,025 4,050 4,050	4,0500
↔	3,800 3,775 3,750 3,800 3,800	3,7850

↕ ÷ ↔ = 1,091

Tabelle XV.

Commutatorzahl 80.

Combination: 2000 Gassiot'sche Elemente, Replenisher, Inductionscommutator.

Maximum-Richtung	T	T
↕	3,550 3,500 3,575 3,550 3,575	3,550

Maximum-Richtung	T	T
↔	3,225 3,250 3,275 3,225 3,250	3,245
↔	3,250 3,225 3,200 3,200 3,200	3,215
↕	3,500 3,500 3,525 3,500 3,550	3,515
↔	3,350 3,375 3,425 3,375 3,400	3,385
↕	3,675 3,650 3,625 3,650 3,650	3,650

↕ ÷ ↔ = 1,088

Tabelle XVI.

Combination: 1000 Daniell'sche Elemente und Frictions-Commutator.

Maximum-Richtung	C	T	T
↔	85	2,237 2,275	2,256
↕	107	2,488 2,488	2,488
↔	100	2,300 2,336 2,312	2,316
↕	100	2,562 2,562	2,562
↔	107	2,338 2,350 2,350	2,347

↕ ÷ ↔ = 1,095

Tabelle XVII.

Maximum-Richtung	C	T	T
↕	149	2,262 2,275	2,268
↔	161	2,125 2,138	2,132
↕	125	2,288 2,288	2,288

↕ ÷ ↔ = 1,069

Tabelle XVIII.

Maximum-Richtung	C	T	T
↕	111	2,225 2,213	2,219
↔	130	2,050 2,050	2,050
↕	127	2,300 2,265	2,283
↔	103	2,063 2,068	2,066
↕	—	2,213 2,250	2,232

↕ ÷ ↔ = 1,088

Tabelle XIX.

Maximum-Richtung	C	T	T
↔	143	1,925 1,937	1,949
↕	112	2,050 2,075	2,063
↔	130	1,825 1,850 1,850 1,875	1,850
↕	138	2,125 2,087 2,112	2,108

↕ ÷ ↔ = 1,098

Arragonitscheibe II.

Tabelle XX.

Maximum-Richtung	T (Krystall)	T (Kraft)	T
↕	2,740	2,325	1,181
↔	2,623	2,375	1,104
↕	2,831	2,375	1,192
↔	2,583	2,375	1,088
↕	2,875	2,400	1,198

↕ ÷ ↔ = 1,086

Tabelle XXI.

Maximum Richtung	T (Krystall)	T (Kraft)	T
↕	2,594	2,250	1,153
↔	2,431	2,263	1,075
↕	2,650	2,275	1,165

↕ ÷ ↔ = 1,078

Tabelle XXII.

Maximum-Richtung	T
↕	3,221
↔	3,044
↕	3,329

↕ ÷ ↔ = 1,076

Arragonitlinse.

Tabelle XXIII.

Maximum-Richtung	T	T
↔	3,506 3,519	3,513
↕	4,031 3,968	3,994
↔	3,812 3,800	3,806

Maximum-Richtung	T	T
↔	3,613 3,575	3,594
↕	4,087 4,163	4,125
↔	3,831 3,733 3,931	3,832
↕	4,044 4,025	4,034
↔	3,675 3,675	3,675

↕ ÷ ↔ = 1,100

Tabelle XXIV.

Maximum-Richtung	T (Krystall)	T (Kraft)	T
↕	4,038	2,853	1,415
↔	3,794	2,928	1,296
↕	4,033	2,919	1,382

↕ ÷ ↔ = 1,079

Tabelle XXV.

Maximum-Richtung	T	T
↕	3,488 3,500	3,494
↔	3,650 3,619	3,634
↕	3,944 3,938	3,941
↔	3,737 3,819 3,763	3,773
↕	4,163 4,181 4,212	4,188
↔	4,012 3,963	3,988

Maximum-Richtung	T	T
↕	4,344 4,237 4,350	4,310
↔	3,950 4,025	3,988
↕	4,294 4,337	4,316
↔	4,200 4,225	4,213
↕	4,456 4,463	4,460

↕ ÷ ↔ = 1,066

Kalkspathscheibe.

Tabelle XXVI.

Maximum-Richtung	C	T	T
↕	109	2,225 2,238 2,250 2,238 2,250	2,240
↔	129	2,175 2,175	2,175
↕	144	2,212 2,212 2,212 2,225	2,215
↔	171	2,175 2,188 2,188	2,184

↕ ÷ ↔ = 1,022

Tabelle XXVII.

Maximum-Richtung	C	T	T
↔	126	2,138 2,138	2,138
↕	133	2,188 2,188 2,188	2,188

↕ ÷ ↔ = 1,023

Tabelle XXVIII.

Maximum-Richtung	C	T	T
↔	121	2,200 2,200 2,200 2,200	2,200
↕	115	2,288 2,275 2,275	2,274
↔	—	2,213	2,213

↕ ÷ ↔ = 1,033

Tabelle XXIX.

Maximum-Richtung	C	T	T
↔	—	2,350 2,350	2,350
↕	134	3,450 2,463 2,450	2,454
↔	143	2,413 2,413	2,413

↕ ÷ ↔ = 1,030

Tabelle XXX.

Maximum-Richtung	C	T	T
↕	110	2,413 2,425	2,419
↔	140	2,400 2,400 2,394	2,398
↕	144	2,450 2,438	2,444

↕ ÷ ↔ = 1,014

Tabelle XXXI.

Maximum-Richtung	*C*	*T*	*T*
↕	151	2,913 2,950 2,900 2,900 2,950 2,925	2,928
↔	163	2,850 2,875 2,875 2,863 2,863	2,865
↕	179	2,963 2,938 2,950	2,950

↕ ÷ ↔ = 1,026

Tabelle XXXII.

Maximum-Richtung	*C*	*T*	*T*
↔	155	2,725 2,713 2,725	2,721
↕	156	2,750 2,800 2,763 2,725 2,731 2,775 2,775 2,750	2,759
↔	162	2,725 2,738 2,738 2,713 2,725 2,700	2,723
↕	164	2,750 2,763 2,738 2,750	2,750
↔	163	2,725 2,725	2,725

↕ ÷ ↔ = 1,012

Tabelle XXXIII.

Maximum-Richtung	C	T	T
↕	160	1,440 1,438 1,459 1,436	1,443
↔	—	1,391 1,384 1,394 1,376 1,362 1,382 1,409	1,385
↕	—	1,427	1,427

↕ ÷ ↔ = 1,036

Tabelle XXXIV.

Quecksilber-Commutator.

Maximum-Richtung	C	T	T
↕	24	2,425 2,425	2,424
↔	24	2,400 2,381 2,416 2,400	2,399
↕	24	2,481 2,513 2,506	2,500

↕ ÷ ↔ = 1,026

Kalkspathscheibe.

Tabelle XXXV.

Maximum-Richtung	T (Reducirt)	T (Reducirt)
↔	0,9899 0,9756 0,9762 0,9484 0,9630	0,9706

Maximum-Richtung	T (Reducirt)	T (Reducirt)
↕	0,9945	1,0064
	0,9954	
	0,9912	
	1,0391	
	1,0119	
↔	0,9664	0,9715
	0,9915	
	0,9454	
	0,9658	
	0,9885	

↕ ÷ ↔ = 1,036

Tabelle XXXVI.

Maximum-Richtung	T	T
↕	2,200	2,219
	2,238	
↔	2,163	2,157
	2,150	
↕	2,238	2,238
	2,238	
↔	2,175	2.175
	2,175	
↕	2,250	2,246
	2,238	
	2,250	
↔	2,175	2,183
	2,200	
	2,175	
↕	2,300	2,297
	2,288	
	2,313	
	2,288	

↕ ÷ ↔ = 1,036

Tabelle XXXVII.

Maximum-Richtung	T	T
↕	2,363	2,363
	2,325	
	2,400	

Maximum-Richtung	T	T
↕	2,425 2,463 2,487 2,475	2,463
↔	2,406 2,425	2,416
↕	2,513 2,525 2,525	2,521
↔	2,456 2,475 2,463	2,465

↕ ÷ ↔ = 1,033

Tabelle XXXVIII.

$T_{↕}$ (Reducirt)		$T_{↔}$ (Reducirt)	
1,0075		0,98473	
0,9883		0,96899	
0,9841		0,98024	
1,0240		0,96428	
1,0000		0,98024	
1,0000		0,96825	
	1,00065		0,97446

↕ ÷ ↔ = 1,027

Quarz-Kugel.

Tabelle XXXIX.

Maximum-Richtung	C	T (Kugel)	T (Kraft)
↔	24 24	35,350 35,370	2,206 2,205

T (reducirt) = 16,033

Bei dieser Messung stellte sich die Kugel mit ihrer optischen Axe *genau axial* ein.

Kalkspath-Kugel.

Tabelle XL.

Quecksilber-Commutator.

976 Daniell'sche Elemente.

Maximum-Richtung	C	T (Kugel)	T (Kraft)
	24	15,650	1,941
$\updownarrow$ $\leftrightarrow$	24	15,700	2,002
	24	15,975	2,012

T (Reducirt) = 7,948

Bei dieser Messung stellte sich die optische Axe *genau äquatorial* ein; aber in der Richtung der optischen Axe, d. h. so aufgehängt, dafs optische und Drehungsaxen zusammenfielen, zeigte die Kugel nicht das *allergeringste Drehungsmoment*, sondern blieb, auch bei sehr unregelmäfsiger Drehung des Savart'schen Rades, unbestimmte Zeit, in vollkommener Ruhe.

Arragonit-Kugel.

War die Kugel so aufgehängt, dafs die x-Axe mit der Drehungsaxe zusammenfiel, so stellte sich die y-Axe ziemlich genau axial ein; war hingegen die y-Axe als Drehungsaxe benutzt, so nahm die z-Axe die axiale Richtung ein.

Tabelle XLI.

x-Axe ‖ der Drehungsaxe

T (Kraft) = von 2,313 bis 2,356.

T_x auf unsere Krafteinheit bezogen.

6,8247	6,7621
6,8381	6,8865
6,9626	6,7749

$T_x = 6,8415$

Tabelle XLII.

y-Axe ‖ der Drehungsaxe.

$T_y = 2,913 - 3,166$

8,2276	8,0407
8,1944	8,0028
8,1293	8,0252

$T_y = 8,1033$

Tabelle XLIII.

z-Axe $\parallel$ der Drehungsaxe.

$T_f = 2{,}319 - 2{,}421$

5,5231	5,5462
5,5172	5,5589
5,5358	5,5368

$T_z = 5{,}5363$

Tabelle XLIV.

x-Axe $\parallel$ der Drehungsaxe.

$T_f = 2{,}873 - 3{,}038.$

6,9959	6,9310
6,9014	6,9328
6,8823	6,9324

$T_x = 6{,}9293$

Tabelle XLV.

y-Axe $\parallel$ der Drehungsaxe.

$T_f = 2{,}681 - 2{,}713.$

8,7226	8,8063
8,7679	8,7011
8,4551	8,7439
8,5329	8,7976

$T_y = 8{,}6909$

Tabelle XLVI.

z-Axe $\parallel$ der Drehungsaxe.

$T_f = 2{,}356 - 2{,}631.$

5,4378	5,5769
5,4971	5,5325
5,5381	5,4709
5,5892	5,4639
5,5880	5,4431
5,5506	5,5040

$T_z = 5{,}5160$

Tabelle XLVII.

Optische Axe als Drehungsaxe

$T_f = 2{,}550 - 2{,}559,$

6,7600	6,7217
6,7856	6,6820
6,7578	6,7276

$T_o = 6{,}7391$

Tabelle XLVIII.

Optische Axe als Drehungsaxe.

$T_f = 2{,}446 - 2{,}628.$

6,7162	6,7224
6,7430	6,7272
6,6578	6,7334
6,6946	6,7673

$T_o = 6{,}7202$

Tabelle XLIX.

x-Axe als Drehungsaxe.

$T_f = 2{,}731 - 2{,}804;\ 2{,}378 - 2{,}416$

6,8513	7,0289
6,7665	6,9854
6,8764	6,9558
7,0536	6,9487
6,9938	6,9756
7,0585	6,9885

$T_x = 6{,}9569$

Schwefel-Kugel I.

Tabelle L.

x-Axe als Drehungsaxe.

$T_t = 2{,}263 - 2{,}834.$

5,7238	5,6241
5,6703	5,5944
5,6560	5,6248
5,6566	5,7001
5,7066	5,7115
5,7058	5,6697
5,6944	5,7325
5,6839	5,7148
5,6297	5,8042
5,6201	5,8335
5,6221	5,6517
5,6203	5,6340

$T_x = 5{,}6777$

Tabelle LI.

y-Axe als Drehungsaxe.

$T_t = 2{,}328 - 2{,}965.$

4,6605	4,7157
4,6225	4,7148
4,5708	4,6453
4,6243	4,6919
4,6476	4,7601
4,6523	4,7120
4,6624	4,6898
4,6358	4,7159
4,7409	4,7213
4,7576	4,7010
4,7315	

$T_y = 4{,}6845$

Tabelle LII.

z-Axe der Drehungsaxe.

$T_t = 2{,}444 - 2{,}819.$

7,5960	7,4841
7,6117	7,4605
7,6224	7,5793
7,5846	7,7095
7,6535	7,5822
7,7789	7,4496
7,7841	7,5298
7,7500	7,5354
7,6768	7,4621
7,5758	7,4746
7,5011	7,4886
7,5189	7,4423
7,5665	7,4341
7,6217	7,5231
7,6035	7,4957
7,6204	7,5112
7,6080	7,5040
7,5258	7,5123

$T_z = 7{,}5633$

Tabelle LIII.

x-Axe als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
11,075	1,966
11,175	1,987

$T_x = 5{,}6284$

Tabelle LIV.

y-Axe als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
9,075	1,958
9,100	1,969
9,100	

$T_y = 4{,}6303$

Tabelle LV.

z-Axe als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
16,200	2,075
16,500	2,075
16,225	2,100

$T_z = 7,8280$

Tabelle LVI.

x-Axe als Drehungsvermögen.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
10,275	2,016
10,300	2,000

$T_x = 5,1233$

Tabelle LVII.

y-Axe als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
9,275	2,033
9,225	2,038

$T_y = 4,5446$

Tabelle LVIII.

z-Axe als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
14,850	2,005
14,913	2,010

$T_z = 7,4123$

Tabelle LIX.

Optische Axe I als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

x-Axe annähernd *aequatorial.*

T_k	T_t
33,400	2,144
33,250	2,155

$T_1 = 15,505$

Tabelle LX.

Optische Axe II als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

x-Axe annähernd *aequatorial.*

T_k	T_t
34,150	2,244
34,600	2,269

$T_2 = 15,327$

Tabelle LXI.

Optische Axe I als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
33,300	2,331
34,092	2,325

$T_1 = 14,554$

Tabelle LXII.

Optische Axe II als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
35,200	2,394
35,900	2,419

$T_2 = 14,744$

Schwefel-Kugel II.

Tabelle LXIII.

x-Axe als Drehungsaxe.

$T_t = 2{,}571 - 3{,}322.$

6,5495	6,4139
6,5150	6,4960
6,4574	6,6156
6,4363	6,5277
6,5392	6,4833
6,5570	6,4432
6,5535	6,4021
6,4500	6,4756

$T_x = 6{,}4947$

Tabelle LXIV.

y-Axe als Drehungsaxe.

$T_t = 2{,}529 - 2{,}700.$

5,0316	5,0806
5,0537	5,0744
5,0612	5,0828
5,0953	5,0878
5,1003	5,0978
5,0802	5,1358
5,0761	5,1646
5,0819	5,1577
5,0891	5,1698
5,0898	5,1919
5,0909	5,1930
5,1009	5,1572
5,1013	5,1367
5,0956	

$T_y = 5{,}1066$

Tabelle LXV.

z-Axe der Drehungsaxe.

$T_t = 2{,}284 - 2{,}991.$

7,7758	7,5295
7,7223	7,6018
7,7238	7,6779
7,7044	7,6598
7,7110	7,7061
7,7935	7,9604
7,7383	7,9412
7,6795	7,5796
7,7925	7,5037
7,8792	7,5993
7,6589	7,5205

$T_z = 7{,}7027$

Tabelle LXVI.

x-Axe der Drehungsaxe.

$T_t = 3{,}003 - 3{,}156$

6,0980	6,1110
6,2036	6,1296
6,2690	6,2049
6,1640	6,2162
6,0797	6,2135
6,1143	6,1543

$T_x = 1{,}1632$

Tabelle LXVII.

y-Axe der Drehungsaxe.

$T_t = 2{,}644 - 2{,}925$

5,2058	5,0811
5,1387	5,1325
5,1156	5,1753
5,1046	5,1841

$T_y = 5{,}1422$

Tabelle LXVIII.

x-Axe als Drehungsaxe.

$T_t = 2,666 - 2,794.$

7,3717	7,3403
7,3674	7,3851
7,3448	7,4287
7,3140	7,3680

$T_x = 7,3650$

Tabelle LXIX.

x-Axe als Drehungsaxe.

$T_t = 2,400 = 2,550.$

6,2917	6,3635
6,2917	6,3728
6,3646	6,3468
6,3510	6,3843

$T_x = 6,3458$

Tabelle LXX.

y-Axe als Drehungsaxe.

$T_t = 2,363 - 2,577.$

4,9769	4,9648
4,9271	4,9484
5,0273	4,9924
5,0672	4,9596

$T_y = 4,9827$

Tabelle LXXI.

z-Axe als Drehungsaxe.

$T_t = 3,363 - 3,429.$

7,3606	7,3388
7,3817	7,3556
7,3223	

$T_z = 7,3518$

Tabelle LXXII.

x-Axe als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
13,350	2,050
13,325	2,050

$T_x = 6,5063$

Tabelle LXXIII.

y-Axe als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
10,400	2,013
10,500	2,030

$T_y = 5,1694$

Tabelle LXXIV.

z-Axe der Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
15,025	2,050
14,650	2,066

$T_z = 7,2082$

Tabelle LXXV.

x-Axe als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
13,675	2,117
14,025	2,100

$T_x = 6,5693$

Tabelle LXXVI.

y-Axe als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
10,900	2,113
10,900	2,113

$T_y = 5,1598$

Tabelle LXXVII.

x-Axe als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
13,950	1,9916
13,950	1,9875

$T_x = 7,0115$

Tabelle LXXVIII.

z-Axe als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
14,288	2,013
14,425	2,000

$T_z = 7,1559$

Tabelle LXXIX.

Optische Axe I als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
21,700	2,209
21,700	2,209

$T_1 = 9,8234$

Tabelle LXXX.

Optische Axe II als Drehungsaxe.

Quecksilber-Commutator.

T_k	T_t
20,475	2,210
20,575	2,210

$T_2 = 9,0611$

In den folgenden Tabellen wollen wir die gewonnenen Zahlen zusammenstellen, zur besseren Vergleichung.

Tabelle LXXXI.

Krystalle	$T_x \div T_z$	$T_x \div T_z$
Arragonit-Scheibe I.	1,091 1,088 1,095 1,069 1,098 1,088	1,0882
Arragonit-Scheibe II.	1,076 1,078 1,086	1,0800

Krystalle	$T_z \div T_x$	$T_z \div T_x$
Arragonit-Linse	1,066 1,100 1,079	1,0817
Kalkspath-Scheibe	1,022 1,023 1,033 1,030 1,014 1,012 1,026 1,036 1,026	1,0247
Kalkspath-Linse	1,027 1,036 1,036 1,033	1,0330

Tabelle LXXXII.

Arragonit- und Schwefelkugel.

Krystall		T	T
Arragonit	T_x	6,8415 6,9298 6,9569	6,9092
"	T_y	8,1033 8,6909	8,3971
"	T_z	5,5363 5,5160	5,5262
"	T_0	6,7391 6,7202	6,7297
Schwefel I	T_x	5,6777 5,6284 5,1233	5,4765
"	T_y	4,6845 4,6303 4,5446	4,6198
"	T_z	7,5633 7,8280 7,4123	7,6012
"	T_1	15,505 14,554	15,0295
"	T_2	15,327 14,774	15,0505

Krystall		T	T
		6,4947	
		6,1632	
Schwefel II	T_x	6,3458	6,4159
		6,5063	
		6,5693	
		5,1066	
		5,1422	
„	T_y	4,9827	5,1121
		5,1694	
		5,1598	
		7,7027	
		7,3518	
		7,3650	
„	T_z	7,0115	7,2992
		7,2082	
		7,1559	
„	T_1	9,8234	9,8234
„	T_2	9,0611	9,0611

Wir wollen jetzt die erhaltenen Resultate mit der Theorie vergleichen. Aus den obigen Formeln gewinnen wir durch Division, weil die Trägheitsmomente C_x und C_z als gleich anzusehen sind, für Ellipsoide

$$\frac{T_z}{T_x}=\sqrt{\frac{\varepsilon_3-\varepsilon_2+\varepsilon_2\varepsilon_3(B-A)}{\varepsilon_1-\varepsilon_2+\varepsilon_1\varepsilon_2(B-A)}\cdot\frac{1+A(1-\Sigma\alpha)\varepsilon_1}{1+B(1-\Sigma\alpha)\varepsilon_3}} \quad (10)$$

und für Kugeln

$$\frac{T_z}{T_x}=\sqrt{\frac{\varepsilon_3-\varepsilon_2}{\varepsilon_1-\varepsilon_2}\cdot\frac{1+\frac{4}{3}\pi(1-\Sigma\alpha)\varepsilon_1}{1+\frac{4}{3}\pi(1-\Sigma\alpha)\varepsilon_3}}$$

$$\frac{T_x}{T_y}=\sqrt{\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_3}{\varepsilon_2-\varepsilon_3}\cdot\frac{1+\frac{4}{3}\pi(1-\Sigma\alpha)\varepsilon_2}{1+\frac{4}{3}\pi(1-\Sigma\alpha)\varepsilon_1}} \quad (11),$$

$$\frac{T_y}{T_z}=\sqrt{\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_3-\varepsilon_1}\cdot\frac{1+\frac{4}{3}\pi(1-\Sigma\alpha)\varepsilon_3}{1+\frac{4}{3}\pi(1-\Sigma\alpha)\varepsilon_2}}$$

woraus auch

$$\frac{1}{T_x^2}+\frac{1}{T_z^2}=\frac{1}{T_y^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12).$$

Es ist ferner

$$\sum\alpha=\sum\frac{a.b.c}{a_\alpha b_\alpha c_\alpha}=\sum\frac{1}{p^2{}_\alpha\sqrt{p^2{}_\alpha q^2+(1-q)^2}}$$

$$p_1=\frac{a^1}{a}<\tfrac{1}{3};\ q=\frac{a}{b}.$$

Hiernach vergrößern wir nur die Maximalwerthe von L, M und N und auch von $T_z \div T_x$, wenn wir setzen

$$q \sum_\alpha = \sum \left(\frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{7^3} + \dots\right).$$

Den Werth der letzteren Summe können wir aber nach folgender Formel [1]) leicht ausrechnen:

$$\frac{1}{a^{1+\lambda}} + \frac{1}{(a+h)^{1+\lambda}} + \frac{1}{(a+2h)^{1+\lambda}} + \dots =$$

$$\frac{1}{\lambda a^\lambda h} + \frac{1}{2a^{\lambda+1}} + \frac{B_1(\lambda+1)h}{1.2a^{\lambda+2}} +$$

$$\frac{B_3(\lambda+1)(\lambda+2)(\lambda+3)h^3}{1.2.3.4a^{\lambda+4}} +$$

wo „B" die Bernoulli'sche Zahl bedeutet.

Hiernach ist

$$\sum\left(\frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{7^3} + \dots\right) = 0{,}05180$$

$\Sigma\alpha = \frac{b}{a}$ . ., 0,05180, welche bei der Arragonit-Linse den größten Werth, nämlich 0,00583, erreicht. Dieser Werth hat aber, in die Gleichung für die Linse eingesetzt, keinen Einfluß auf das Resultat. Daher können wir für die Ellipsoide $\Sigma\alpha = 0$ setzen. Maximum- und Minimumwerthe fallen also zusammen. Ferner finden wir, vermöge der Gleichungen (5) und (6), folgende Werthe von A, B und C:

Krystall	$A = C$	B
Arragonit-Scheibe I	0,409	11,751
„ II	0,354	11,857
Arragonit-Linse	1,154	10,258
Kalkspath-Scheibe	0,608	11,350
Kalkspat-Linse	0,859	10,847

Beim Zugrundelegen der Messungen von Rudberg [2]) und Schrauf [3]), gewinnen wir mit Hülfe der Cauchy'-

1) Schlömilch, Compendium d. Höh. Analysis, Bd. II, S. 232.
2) Rudberg, diese Ann. Bd. XVII.
3) Schrauf, Wiener Berichte Bd. 41, S. 794.

schen Dispersionsformel aus der theoretischen Gleichung $K = n^2$ folgende Werthe von K:

Krystalle	K_x	K_y	K_z
Kalkspath	2,1839	2,6817	2,6817
Arragonit	2,3104	2,7622	2,7756
Schwefel	3,591	3,886	4,695

Die Werthe von K, A, B und C, in die Gleichungen (10), (11) und (12) eingesetzt, sollen nun, der Theorie nach, denselben genügen; die beiden Seiten der Gleichungen sind aber, auf diese Weise geprüft, nicht gleichwerthig, wie folgende Tabelle zeigt.

Tabelle LXXXIII.

Krystall		Berechnet	Gefunden
Arragonit-Scheibe I	$T_z \div T_x$	1,3089	1,0882
„ II	„	1,3076	1,0800
Arragonit-Linse	„	1,3412	1,0817
Kalkspath-Scheibe	„	1,4011	1,0247
Kalkspath-Linse	„	1,4174	1,0330
Schwefel-Kugel I	$T_x \div T_y$	1,1986 Min.	1,1854
„ II	„	1,1970 Max.	1,2550
„ I	$T_z \div T_y$	1,8139 Min.	1,6453
„ II	„	1,8149 Max.	1,4278
„ I	$T_z \div T_x$	1,5133 Min.	1,3880
„ II	„	1,4145 Max.	1,1377
„ I	$\frac{1}{T_x^2} + \frac{1}{T_z^2}$		0,5065
„ I	$\frac{1}{T^2_y}$		0,4686
„ II	$\frac{1}{T_x^2} + \frac{1}{T_z^2}$		0,4306
„ II	$\frac{1}{T^2_y}$		0,3827

Denken wir um die Kugeln Hülfsellipsoide construirt, deren drei Hauptaxen mit den drei Dielektricitätsaxen der Kugeln zusammenfallen und deren Axen durch die Gleichungen

$$a = \frac{1}{\sqrt{\mathfrak{x}}};\ b = \frac{1}{\sqrt{\mathfrak{y}}};\ c = \frac{1}{\sqrt{\mathfrak{z}}}$$

gegeben sind. Wirkt dann die polarisirende Kraft in der Richtung irgend eines der Radii-rectores „r“ des Ellipsoids, so ist die Gröſse des auf diese Richtung projectirten dielektrischen Momentes „M“ der Kugeln gegeben durch die Gleichung

$$M = F\frac{1}{r^2}.$$

Die Hülfsellipsoide haben Kreisschnitte, deren Ebenen durch die mittleren Axen gehen und gegen die Ebenen der Axen a, b um Winkel „Θ“ geneigt sind, welche durch folgende Gleichung bestimmt sind:

$$\sin\Theta = \frac{c}{b}\sqrt{\frac{b^2-a^2}{c^2-a^2}} = \sqrt{\frac{\mathfrak{y}-\mathfrak{x}}{\mathfrak{z}-\mathfrak{x}}} = \sqrt{\frac{K_y-K_x}{K_z-K_x}\cdot\frac{2+K_z}{2+K_y}} = \frac{T_y}{T_z}$$

Ferner erhalten wir aus der Fresnel'schen Theorie:

$$\sin\Theta^1 = \frac{n_z}{n_y}\sqrt{\frac{n_y{}^2-n_x{}^2}{n_z{}^2-n_x{}^2}} = \sqrt{\frac{K_y-K_x}{K_z-K_x}\cdot\frac{K_z}{K_y}},$$

wo Θ^1 den Winkel bedeutet, welchen der Kreisschnitt des ersten Fresnel'schen Ellipsoids, dessen Gleichung

$$a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = 1$$

ist, mit der Axe bildet.

Für Arragonit ist der Theorie nach K_z nahezu gleich K_y; daher sollte für diese Kugel $T_z \div T_y$ nahezu gleich Eins und Θ^1 nicht merklich von Θ verschieden seyn; in der Richtung der optischen Axen aufgehängt, sollte hiernach die Kugel kein Drehungsmoment besitzen. In der Wirklichkeit haben wir. $T_0 = 6{,}7297$. Nicht einmal war aber $K_x < K_y < K_z$, sondern $K_x < K_z < K_y$; merkwürdig war es doch, daſs bei den Messungen eine Axe sich immer ziemlich genau axial einstellte.

Wir haben jetzt die Bedeutung unserer Resultate etwas näher ins Auge zu fassen. Daſs sie mit der Maxwell'schen Gleichung nicht übereinstimmen, ist augenscheinlich.

Diese Thatsache kann zuerst nicht durch eine *Formabweichung* erklärt werden; denn was die Ellipsoide betrifft, so sind in dieser Beziehung die Linsen und die Scheiben einander entgegengesetzt, doch ist diese Verschiedenheit in den Messungen nicht zu spüren. Von den Kugeln waren alle, die Schwefelkugel I ausgenommen, in dieser Beziehung vollkommen. Die Verlängerung der Letzteren war ziemlich genau in der Richtung der z-Axe, wie auch anders, aber besonders dadurch constatirt wurde, daſs $T_1 = T_2$ war,

$$T_1 = 15{,}0295;\ T_2 = 15{,}0505.$$

Diese Abweichung brachte die Messungen nur in *besseren Einklang* mit der Theorie, als es sonst der Fall wäre.

Wir können auch nicht an der Genauigkeit unserer Formeln zweifeln: denn der störende Einfluſs unseres approximativen Verfahrens müſste sich vielmehr bei den Kugeln geltend machen als bei den Ellipsoiden, während die Abweichungen bei den letzteren viel gröſser sind.

Dasselbe gilt für die *Gröſse der Amplitude.* Diese war nur bei den Kugeln bedeutend, wo sie sich wirklich als etwas störend zeigte. Bei den Ellipsoid-Messungen war sie unbedingt als unendlich klein zu betrachten.

Mit welcher *Genauigkeit die Axenrichtungen* bestimmt waren, zeigt die Aufhängung der Kalkspathkugel in der Richtung der optischen Axe. Wie empfindlich die Kugeln waren, beweist ein Experiment mit der vollkommenen Quarzkugel, welche am letzten Tage des Semesters, nachdem die genaue Richtung der Axe zufällig verloren war, in einer angenäherten Richtung aufgehängt, ein kleines Drehungsmoment zeigte, obwohl für die Fraunhofer'sche Linie H

$$n_0 = 1{,}5582;\ n_e = 1{,}5577.$$

Unzweifelhaft findet sich etwas Zufälliges in den Resultaten; nicht alle Messungen stimmen gut unter einander überein; so besonders die Werthe von T_2 Schwefelkugel II in Tabelle LXXXII. Die specifischen Tabellen zeigen aber, daſs der mittlere Beobachtungsfehler im Allgemeinen

nicht bedeutend ist, obwohl auch hier sonderbare Schwankungen in den Werthen der Schwingungsdauer zu bemerken sind, so z. B. in der vom Mittelwerthe sehr abweichenden Tabelle LXV. Ist es vielleicht möglich, daſs der *Einfluſs der Sprünge* mit der Temperatur — wegen der Ausdehnung des Schwefels — *veränderlich* ist? Wie bedeutend dieser Einfluſs ist, zeigt, wie ich glaube, der Unterschied zwischen T_1 und T_2 der Kugel II; nur dadurch lassen sich auſserdem die Abweichungen zwischen Kugel I und II erklären.

Die Tabellen XLI—XLIX, wo zwei Arragonitkrystalle an den Messungen theilnahmen, zeigen, wie genau für vollkommene Krystalle alle Bedingungen der Gleichung (9) erfüllt sind.

Die oben erwähnte ausgezeichnete Ebene in der Arragonitkugel mag die Ursache des sonderbaren Verhaltens dieser Kugel seyn. Sonst wüſsten wir nicht, diese Abweichung zu erklären.

Bei Vernachlässigung der eben genannten Kugeln stimmen sämmtliche Messungen in Bezug auf den *Sinn* der Abweichung überein. Fügen wir nun zu der Maxwell'schen Theorie noch einen Punkt der Fresnel'schen hinzu, die Behauptung nämlich, daſs *überall und immer* eine *augenblickliche* Leitung die Polarisation begleite, so ist der Sinn der Abweichung vollkommen erklärt. Die Leitung wächst, wie wir gesehen haben, im umgekehrten Verhältniſs zu K; sie müſste also bewirken, daſs unsere vergleichende Messungen zu klein ausfallen, was überall, *auch beim Schwefel* der Fall war. Man scheint übrigens nicht bemerkt zu haben, daſs Boltzmann's Messungen für Schwefel sämmtlich zu groſs ausfallen. Er fand

$$K_x = 3{,}811;\ K_y = 3{,}970;\ K_z = 4{,}773,$$

während die Maxwell'sche Theorie liefert:

$$K_x = 3{,}591;\ K_y = 3{,}886;\ K_z = 4{,}695.$$

Man bemerke auch, daſs, je kleiner „K“, um so gröſser die Abweichung ist.

§. 4.

Die Resultate der ganzen Untersuchung können wir, bei Vernachlässigung der fraglichen Arragonitkugel, in den folgenden Sätzen zusammenfassen:

I. Es giebt eine dielektrische Polarisation, welche aufserdem weniger als 0,0000821 Sec. braucht, um sich vollkommen zu entwickeln.

II. Alle festen, dielektrischen Körper, Schwefel *nicht* ausgenommen, zeigen bei dauernder Ladung oder langsamer Commutation eine dielektrische Nachwirkung, welche z. B. bei Arragonit innerhalb 0,0208 Sec. bemerkbar, aufserhalb 0,007 Sec. hingegen nicht mehr zu spüren ist.

III. Der Richtung und der *relativen* Gröfse nach, fallen die Fresnel'schen Elasticitäts- mit den Maxwell'schen Elektroelasticitäts-Hauptaxen genau zusammen.

IV. Nur mit Hülfe der Annahme Faraday's, dafs eine vollkommene Leitung die Polarisation überall begleite, ist die Gleichung $K = n^2$ mit der Erfahrung in Einklang zu bringen.

V. *Untersuchungen über die Spectra der Planeten; von Dr. H. C. Vogel.*

Die früher von verschiedenen Beobachtern angestellten Untersuchungen über die Spectra der Planeten haben zu Resultaten geführt, die unter sich eine so geringe Uebereinstimmung zeigten, dafs man selbst über die Lage der charakteristischen Linien und Streifen in den Spectren häufig im Ungewissen blieb.

Ich hatte mich defshalb gleich beim Beginn meiner Thätigkeit auf dem Gebiete der Astrophysik mit Eifer diesen Beobachtungen zugewandt und mich später an

einer von der Akademie der Wissenschaften in Kopenhagen für das Jahr 1873 gestellten Preisaufgabe — Untersuchungen über die Spectra der Planeten Venus, Mars, Jupiter, Saturn und Uranus auszuführen und diesen Untersuchungen eine vergleichende Kritik der bisher hierüber veröffentlichten Schriften beizufügen — betheiligt.

Die Beobachtungen, welche in einem 1874 erschienenen Werkchen[1]) niedergelegt sind, haben Ergebnisse geliefert, die auch in weiteren Kreisen nicht ohne Interesse seyn dürften und ich folge deſshalb gern einer an mich ergangenen Aufforderung, dieselben hier in einem kurzen Auszug mitzutheilen.

Merkur. Im Spectrum des Merkur sind zahlreiche Linien zu erkennen, von denen sich mit den mir zu Gebote stehenden, sehr bedeutenden Hülfsmitteln der Bothkamper Sternwarte 12 bis 14 Linien mit verhältniſsmäſsig groſser Sicherheit messen lieſsen. Diese Linien stimmen mit denen des Sonnenspectrums in vollkommenster Weise überein. Es sind ferner einige Streifen, die sich im Sonnenspectrum nur bei tiefem Stande der Sonne zeigen und durch Absorption des Sonnenlichtes in unserer Atmosphäre hervorgebracht werden, im Merkurspectrum beobachtet worden. Nach der Intensität, mit welcher diese Streifen auftraten, zu urtheilen, scheint es nicht unwahrscheinlich, daſs dieselben dem Merkurspectrum eigen sind.

In diesem Falle würde man auf eine Gashülle zu schlieſsen haben, welche den Merkur umgiebt und welche eine ähnliche absorbirende Wirkung auf die Sonnenstrahlen ausübt, als die Atmosphäre unseres Planeten. Im Allgemeinen zeigen die weniger brechbaren Theile des Merkurspectrums einen gröſseren Glanz als die brechbareren, aber auch hier ist es nicht möglich, den Einfluſs, welchen unsere Atmosphäre an der gemachten Wahrnehmung hat, von dem zu scheiden, welchen die etwa vorhandene Atmosphäre des Planeten hervorbringen könnte, da derselbe der Sonne zu

1) Untersuchungen über die Spectra der Planeten, eine gekrönte Preisschrift, Leipzig bei Engelmann.

nahe steht und selbst bei seiner gröſsten Elongation von der Sonne nur in der Dämmerung in der Nähe des Horizontes beobachtet werden kann[1]).

1) Bei den Untersuchungen der Planetenspectra ist es von groſser Wichtigkeit, den absorbirenden Einfluſs unserer Atmosphäre von dem zu trennen, welchen die Atmosphäre des Planeten selbst ausübt; es ist dies besonders schwierig, wenn die letztere in Bezug auf ihre Zusammensetzung von unserer Atmosphäre wenig verschieden ist, die Absorptionsstreifen demnach dieselben sind. Ich habe zu dem Zwecke den Einfluſs unserer Atmosphäre auf das Spectrum sehr eingehend studirt und mich mit der Erscheinung der Absorptionsstreifen, wie sie insbesondere sich in den von mir angewandten Apparaten darstellten, möglichst vertraut gemacht. Diese Beobachtungen sind in einem Anhange des Eingangs erwähnten Schriftchens enthalten. Auſser den Beobachtungen der Veränderungen des Sonnenspectrums bei allmählichem Sinken der Sonne und damit wachsendem Einfluſs unserer Atmosphäre auf das Spectrum habe ich noch Beobachtungen an hellen Sternen, deren Spectrum linienarm war, ausgeführt und untersucht, bis zu welcher Höhe über dem Horizont sich der Einfluſs unserer Atmosphäre kundgiebt. Ich lasse die Beobachtungen hier folgen:

Wellen-Länge	Höhe des Sterns über dem Horizont. 5°	10°	15°	20°	30°
651,5	Gut sichtbar	Ziemlich gut zu sehen	Schwach	Nur schwer zu erkennen	
649,0	Sehr stark u. auffallend	Gut zu sehen	Ziemlich gut sichtbar	Schwach	
627,8	Sehr dunkel	Gut zu sehen	Sehr schwach	Kaum zu sehen	Nicht mehr wahrzunehmen
595,0	Gut sichtbar	Ziemlich schwach	Schwach	Kaum zu sehen	
592,0	Gut sichtbar	Ziemlich schwach	Schwach	Nicht mit Bestimmtheit zu erkennen	
581 : 566 :	Sehr auffallend	Sehr deutlich	Schwach	Recht schwach	Kaum zu sehen

Die in der ersten Columne aufgeführten Wellenlängen beziehen sich auf den Anfang und das Ende oder auf die intensivste Stelle der betreffenden Absorptionsstreifen (siehe Ångström's Atlas letzte Tafel, *Raies atmosphériques*).

Venus. Von allen Planeten giebt Venus das glänzendste Spectrum. Es sind in demselben über 100 Linien zu erkennen, und da das Licht, welches uns der Planet zu Zeiten zusendet, intensiv genug ist, um dasselbe bei hellem Sonnenschein spectral-analytisch untersuchen zu können, läſst sich auſser directer Messung noch eine sehr genaue Bestimmung der Linien im Venus-Spectrum durch den Vergleich desselben mit dem Spectrum des Himmelsgrundes ausführen.

Es findet auch hier wieder eine fast vollkommene Uebereinstimmung mit dem Sonnenspectrum statt, und selbst in Bezug auf die relativen Intensitäten stimmen die Linien im Venus-Spectrum mit den Linien im Sonnen-Spectrum mit wenigen Ausnahmen überein. Nur einige Linien erscheinen — wahrscheinlich in Folge des Hinzutretens feiner Linien, die durch Absorption in der Venus-Atmosphäre entstehen — etwas verbreitert; ferner treten im Venus-Spectrum einige Streifen hinzu, die mit denen im Absorptions-Spectrum unserer Atmosphäre zu identificiren sind.

Daſs Venus von einer Atmosphäre umgeben sey, in der eine sehr dichte Schicht von Condensationsproducten schwebt, ist durch astronomische Beobachtungen fast zur Gewiſsheit geworden, und wir müssen — da die genannten Streifen im Spectrum nur überaus schwach sind — annehmen, daſs die von der Sonne ausgesendeten Lichtstrahlen nur wenig in die atmosphärische Hülle der Venus einzudringen vermögen, und zum gröſsten Theil an der Wolkenschicht derselben reflectirt werden, so daſs dieselben durch den Einfluſs des absorbirenden Gasgemisches nur wenig verändert werden können. Nach den Beobachtungen Janssen's werden die tellurischen Linien hauptsächlich durch den Gehalt unserer Atmosphäre an Wasserdampf hervorgebracht, und würden wir darauf hin aus den Beobachtungen des Venus-Spectrums auch auf das Vorhandensein von Wasser in der Atmosphäre des Planeten als sehr wahrscheinlich anzusehen haben.

Mars. Im Spectrum des Mars sind eine grofse Anzahl Fraunhofer'scher Linien zu erkennen. In den weniger brechbaren Theilen des Spectrums treten noch einige Streifen hinzu, welche in dem Spectrum der Sonne bei hohem Stande derselben am Himmel nicht erscheinen, wohl aber mit denen zu identificiren sind, welche auftreten, wenn die Sonne nahe am Horizonte steht und durch die Absorption unserer Atmosphäre hervorgebracht werden; es sind dies die Folgenden:

Wellenlänge.	
687.7	Mitte einer breiten dunklen Bande, nach dem Violett scharf begränzt. (Tellurische Linien in der Nähe von *B.*)
655.5	Mitte eines dunklen Streifens. (Tellurische Linien in der Nähe von *C.*)
648.7	Mitte eines ziemlich dunklen Streifens. (Tellurische Linien.)
627.9	Mitte eines Streifens. (Tellurische Liniengruppe α Angström, C^6 Brewster.)
594.8	Matter Streifen } (Tellurische Liniensysteme bei *D.*)
592.0	Matter Streifen }
580 : bis 570 :	Matte Bande. (Brewster's tellurische Liniengruppe δ.)

Hieraus dürfte mit Bestimmtheit hervorgehen, dafs die Mars-Atmosphäre, deren Existenz in Folge directer Beobachtungen dargethan worden ist, in Bezug auf ihre Zusammensetzung von der unsrigen nicht beträchtlich abweicht, und dafs vor Allem diese Atmosphäre reich an Wasserdampf seyn mufs. Die rothe Färbung des Mars scheint einer mehr allgemeinen Absorption, welche die blauen und violetten Strahlen in der Marsatmosphäre erleiden, zugeschrieben werden zu müssen, da es nicht gelang, gesonderte Absorptionsstreifen in diesen Theilen des Spectrums wahrzunehmen. Im rothen Theile des Mars-Spectrums, zwischen den Linien *C* und *B* sind noch Streifen vermuthet worden (z. B. ein Streifen bei 661 Mill.

Mm. Wellenlänge), sie würden dem Absorptionsspectrum der Marsatmosphäre eigen seyn, doch gelang es wegen zu großer Lichtschwäche nicht, ihre Lage mit einiger Sicherheit zu fixiren.

Jupiter. Die Untersuchungen über das Spectrum des Jupiter haben ergeben, dafs unter den zahlreichen Linien (ca. 50), die man im Spectrum dieses Planeten wahrnimmt, die meisten mit Linien des Sonnenspectrums übereinstimmen.

Verschieden vom Sonnenspectrum ist das Jupiterspectrum durch einige Streifen, vorzüglich in den weniger brechbaren Theilen des Spectrums gelegen, worunter besonders eine dunkle Bande im Roth auffallend ist.

Für die Wellenlänge dieser Bande ergiebt sich im Mittel aus sehr zahlreichen Beobachtungen 617.85 Mill. Mm. Die anderen nicht im Sonnenspectrum anzutreffenden Streifen sind folgende:

656	Mitte eines breiten, dunklen Streifens. (Tellurische Linien bei *C.*)
649,5	Mitte eines breiten, dunklen Streifens. (Tellurische Linien.)
628	Schwacher Streifen. (Tellurische Liniengruppe C^a Brewster, *a* Ångström.)
594,5 592,0	Schwache Streifen. (Tellurische Liniengruppen in der Nähe von *D.*)
580 bis 570	Matter nach dem Violett verwaschener Streifen. (Tellurischer Streifen δ Brewster.)
524,8	Schwacher Streifen. (Auch höchst wahrscheinlich im Absorptionsspectrum unserer Atmosphäre vorhanden, wie meine Beobachtungen ergaben.)
507 bis 500	Matter Streifen. (Tellurische Linien.)

Während in den weniger brechbaren Theilen des Planetenspectrums einzelne Banden auftreten, erleiden die brechbareren Theile Blau und Violett eine mehr gleichförmige Absorption.

Die den Jupiter umgebende Gashülle übt — wie hieraus hervorgeht — auf die sie durchdringenden Sonnenstrahlen eine ähnliche Wirkung aus, wie unsere Atmosphäre, woraus wir auf Wasserdampf — dessen Vorhandenseyn nach Janssen's Untersuchungen vorzugsweise zur Erzeugung jener Absorptionsstreifen nöthig ist — in der Jupiteratmosphäre zu schlieſsen berechtigt seyn dürften.

Dem Jupiterspectrum eigen ist die oben erwähnte sehr dunkle Bande im Roth [1]) (W. L. 617,9). Ob das Auftreten dieser Bande durch das Vorhandenseyn eines besonderen in unserer Atmosphäre nicht anzutreffenden Stoffes bedingt wird, oder ob nur das Mischungsverhältniſs der Gase ein anderes ist als in unserer Atmosphäre, muſs vorläufig unentschieden bleiben. Es wäre sogar möglich, daſs bei gleichem Mischungsverhältniſs und nur anderen Temperatur- und Druckverhältnissen, die ja auf dem Jupiter gegeben sind, das Absorptionsspectrum des Gasgemisches in der Weise verändert wird.

Das Spectrum der *dunklen Streifen*, die man auf dem Jupiter wahrnimmt, ist, wie die Beobachtungen ergeben haben, hauptsächlich durch die sehr starke gleichmäſsige Absorption, welche die blauen und violetten Strahlen erleiden, charakterisirt. Es treten keine neuen Absorptionsstreifen auf, wohl aber läſst sich eine Verbreiterung und Verstärkung derselben beobachten, als schlagender Beweis dafür, daſs die dunkelen Theile auf dem Jupiter tiefer gelegen sind als die hellen. Das Sonnenlicht muſs hier einen gröſseren Weg durch die Atmosphäre zurücklegen und wird in Folge dessen eine stärkere Veränderung erleiden.

1) Erwähnenswerth scheint es, daſs diese Bande auch in den Spectren einiger rother Sterne beobachtet worden ist. Nach Huggins (*Phil. Trans.* 1864, *Vol.* 154, *Part.* II) erstreckt sich die dunkle, nach dem Roth verwaschene Bande im Spectrum von α Orionis von 890 bis 920 seiner Scalentheile, entsprechend 627 bis 616 Mill. Mm. Wellenlänge.

Ich habe (Bothkamper, Beobachtungen Heft 1) 628 bis 617 Mill. Mm. bei demselben Stern gefunden und ferner bei α Herculis den Anfang der Bande zu 631, das Ende zu 618 Mill. Mm. Wellenlänge bestimmt.

Die röthliche Farbe des Planeten, sowie vor allen Dingen die rothe Farbe der dunkleren Partien auf dem Jupiter, ist aus der gleichförmigen Absorption, welche die Atmosphäre des Planeten auf die brechbaren Strahlen ausübt, zu erklären.

Die Atmosphäre des Jupiter scheint aufser den in kürzeren Zeiten erfolgenden unregelmäfsigen Veränderungen gröfseren periodischen Variationen unterworfen zu seyn, welche sich höchst wahrscheinlich auch im Spectrum zeigen werden. Es war in den Jahren 1871 und 72 die Oberfläche des Planeten durch zahlreiche mehr oder weniger dunkle, scharf geschnittene Streifen ausgezeichnet, worunter besonders ein Streifen, der nördlich von dem dunklen Aequatorialgürtel gelegen war, durch seine grofse Intensität auffiel. Dieser Streifen war im Frühjahr 1874 nur ganz schwach angedeutet und an manchen Tagen gar nicht mehr zu erkennen, ebenso hatte der früher breite Aequatorialgürtel sich beträchtlich verändert, er hatte nicht nur an Intensität verloren, sondern war auch durch einen sich immer mehr ausbreitenden Wolkenzug in zwei Streifen getrennt worden.

Mit anderen Worten, die Aufhellungen in der Jupiteratmosphäre, die in den Jahren 1871 und 72 beträchtliche Dimensionen annahmen, sind jetzt sehr reducirt, wodurch unzweifelhaft die Helligkeit des Planeten gesteigert worden ist. Photometrische Bestimmungen liegen zur Zeit noch nicht vor, wohl aber glaube ich die in den Bothkamper Beobachtungen Heft II, S. 81 ausgesprochene Vermuthung des Dr. Lohse, welche darauf hindeutet, dafs die Veränderungen in der Jupiteratmosphäre im Spectrum sich wiederspiegeln würden, mit einiger Bestimmtheit bestätigen zu können. Die brechbareren Theile des Spectrums haben gegen früher an Intensität zugenommen, die Fraunhofer'schen Linien erschienen in Folge der besseren Reflexionsfähigkeit der dichteren Wolkenschicht deutlicher, hingegen sind die durch Absorption in der Atmosphäre des Planeten entstandenen Streifen schwächer geworden.

Satelliten des Jupiter. In dem Spectrum der beiden hellsten Monde, welches hell genug erschien, um die Farben zu unterscheiden, ist mit einiger Sicherheit die Linie *F* des Sonnenspectrums erkannt worden; außerdem aber noch zwei Streifen am Ende des Spectrums im Roth (besonders sicher beim III. Satelliten), welche höchst wahrscheinlich mit denen des Jupiterspectrums übereinstimmend sind. Es dürfte diese Wahrnehmung zu der Vermuthung Berechtigung geben, daſs die Satelliten noch mit Atmosphären *von ähnlicher Zusammensetzung wie die des Jupiter* umgeben sind und es scheint mir ferner in der Annahme, daſs die Monde Atmosphären besitzen, die einfachste Erklärung gegeben zu seyn, für die vielfach an den Jupitermonden beobachteten unregelmäſsigen Helligkeitsveränderungen.

Saturn. Im Spectrum des Saturn konnten die hervorragendsten Linien des Sonnenspectrums erkannt werden; nicht in Uebereinstimmung mit dem Sonnenspectrum sind einige Banden vorzüglich im Roth und Orange. Diese sind zusammenfallend mit Liniengruppen des Absorptionsspectrums unserer Atmosphäre, mit Ausnahme einer sehr intensiven Bande im Saturnspectrum, deren Wellenlänge im Mittel aus den an mehreren Abenden angestellten Beobachtungen sich zu 618,2 Mill. Mm. ergeben hat. Die blauen und violetten Theile des Spectrums erleiden eine gleichmäſsige Absorption beim Durchgange durch die Atmosphäre des Saturn, es ist dies besonders auffallend im Spectrum des dunkleren Aequatorialgürtels.

Das Spectrum des Saturn steht demnach in vollster Uebereinstimmung mit dem Jupiterspectrum. Abweichend ist das Spectrum des *Saturnringes*, in welchem jene charakteristische Bande im Roth fehlt oder wenigstens nur ganz schwach angedeutet ist, woraus man schlieſsen dürfte, daſs den Ring entweder keine, oder eine Gasschicht von nur sehr geringer Höhe oder Dichtigkeit umgiebt.

Uranus. Es ist in Folge groſser Lichtschwäche nicht möglich, Fraunhofer'sche Linien im Spectrum dieses

Planeten zu erkennen. Das Spectrum ist jedoch von mehreren breiten dunklen Absorptionsstreifen durchzogen, und es stimmt die Mitte eines dieser Streifen im Planetenspectrum (δ), innerhalb der Grenzen der Genauigkeit der Messungen, mit der Linie *F* überein. Es sind im Spectrum des Uranus die Wellenlängen von fünf Streifen mit einiger Sicherheit bestimmt worden, nämlich:

β	618,0	Mill. Mm.	Dunkelste Stelle eines breiten, nach dem Roth verwaschenen Streifens.
ε	596,0	„ „	Mitte eines schwachen Streifens.
γ	573,8	„ „	Dunkelste Stelle einer breiten, besonders nach dem Violett verwaschenen Bande.
α	542,5	„ „	Mitte des dunkelsten Streifens im Spectrum.
δ	486,1	„ „	Mitte eines Streifens.

Ferner wurde die Wellenlänge der dunkelsten Stelle eines im Roth gelegenen Streifens zu 628 Mill. Mm. gefunden, wegen der überaus großen Schwäche des Spectrums in dem Theile wo dieser Streifen liegt, ist aber die Angabe von geringer Sicherheit. Dasselbe gilt für die am anderen Ende des Spectrums gelegenen Banden, für deren Endpunkte (nach dem Violett) die Wellenlängen 457 resp. 427 Mill. Mm. gefunden worden sind. In dem mittleren Theile des Spectrums konnten noch an einigen Beobachtungsabenden Streifen gesehen werden, deren Lage sich aber nicht mit genügender Sicherheit angeben ließs.

Unzweifelhaft sind die im Uranusspectrum sichtbaren Banden durch Absorption der Sonnenstrahlen in der dem Planeten umgebenden Atmosphäre entstanden. Welche Stoffe jedoch eine solche Absorption herbeiführen, läßt sich nach dem jetzigen Stande der Wissenschaft nicht angeben.

Es scheint erwähnenswerth, daß eine der Banden des Uranusspectrums (W. L. 618) mit einer solchen in dem Spectrum des Jupiter und Saturn genau zusammenfällt.

Neptun. Das Spectrum des Neptun weicht vom Sonnenspectrum ab, es ist durch einige breite dunkle Absorptionsstreifen charakterisirt. Wegen der grofsen Lichtschwäche des Spectrums gelingt es nicht, Fraunhofer'sche Linien zu erkennen, auch die Streifen im Spectrum lassen sich nur mit geringer Sicherheit ihrer Lage nach bestimmen, doch geht aus diesen Messungen mit grofser Wahrscheinlichkeit hervor, dafs das Spectrum des Neptun mit dem des Uranus identisch ist.

Die spectroskopischen Untersuchungen des von den Planeten uns zugesandten Lichtes hat im Allgemeinen ergeben, dafs dasselbe reflectirtes Sonnenlicht ist, wie die zahlreichen Fraunhofer'schen Linien bekunden, welche in den Spectren der helleren Planeten zu erkennen sind. Die Vermuthung, dafs Jupiter, wohl auch Saturn wegen der sehr beträchtlichen Albedo, zum Theil eigenes Licht aussenden, läfst sich durch spectroskopische Beobachtungen auf keine Weise befestigen, im Gegentheil scheint es, durch den sehr sicher geführten Nachweis, dafs Wasserdampf in der Atmosphäre dieser Planeten enthalten ist, unwahrscheinlich, dafs dieselben eine so hohe Temperatur besitzen sollten, um noch in eigenem Lichte zu leuchten. Die Unterschiede zwischen den Planetenspectren und dem Sonnenspectrum bestehen darin, dafs besonders in den weniger brechbaren Theilen mehr oder weniger intensive Banden auftreten, welche für Absorptionswirkungen der die Planeten umgebenden Gashüllen gehalten werden müssen. Hier findet das Eigenthümliche statt, dafs je weiter der Planet von der Sonne entfernt steht, sich der Einflufs jener Gashülle spectroskopisch mehr und mehr bemerkbar macht. Die inneren Planeten Merkur und Venus zeigen nur ganz schwache Absorptionsstreifen im Roth und Gelb, die mit Absorptionsstreifen, welche beim Durchgang des Lichtes durch unsere Atmosphäre entstehen, übereinstimmen. Mars zeigt dieselben Streifen, aber beträchtlich stärker, im Jupiter- und Saturn-Spectrum tritt aufser diesem Streifen

eine sehr intensive Bande im Roth auf, auch sind die brechbareren Theile des Spectrums stark geschwächt, während endlich die Spectra der äufsersten Planeten Uranus und Neptun fast in allen Theilen mit starken breiten Absorptionsbändern durchzogen sind.

Berlin, Mai 1876.

VI. *Zur Geschichte des Weber'schen Gesetzes; von F. Zöllner.*

(Aus d. Bericht. der Kgl. Sächs. Ges. d. W. Sitz. v. 12. Febr. 1876.)

Bekanntlich sind in neuerer Zeit gegen das von Wilhelm Weber vor 30 Jahren aufgestellte elektrische Grundgesetz vom Standpunkte *des Princips der Erhaltung der Kraft* Einwendungen erhoben worden und zwar zuerst *indirect* von Helmholtz [1]) bereits im Jahre 1847, nachdem ein Jahr früher jenes Grundgesetz von Weber aufgestellt und durch atomistische Interpretation des Ampère'schen Gesetzes abgeleitet worden war [2]). *Direct* sind diese Einwendungen zuerst von Tait [3]) im Jahre 1868 ausgesprochen worden und alsdann noch bestimmter in Gemeinschaft mit W. Thomson in dem von diesen Physikern herausgegebenen „Handbuche der theoretischen Physik", welches im Jahre 1874 unter diesem Titel in einer deutschen Uebersetzung von H. Helmholtz und G. Wertheim erschienen ist.

1) Helmholtz, Ueber die Erhaltung der Kraft, eine physikalische Abhandlung, vorgetragen in der Sitzung der physikalischen Gesellschaft zu Berlin am 23. Juli. Berlin, Reimer 1847.

2) W. Weber, Abhandlungen bei Begründung der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. Leipzig 1846. (Hirzel).

3) T. G. Tait, *Sketsch of Thermodynamics. Edinburgh.* 1868.

Was zunächst das unterscheidende Merkmal zwischen dem Weber'schen Gesetze und dem Newton'schen Gesetze betrifft, so ist das Potential des Newton'schen Gesetzes unabhängig von der relativen lebendigen Kraft, das Potential des Weber'schen Gesetzes aber abhängig von der lebendigen Kraft, also auch von der Geschwindigkeit und zwar in folgender Weise. Bezeichnen m und m' die beiden durch eine *actio in distans* in Wechselwirkung stehenden trägen Massen, r ihre Entfernung, und v ihre relative Geschwindigkeit in der Richtung ihrer Verbindungslinie, so wird die Wechselwirkung zwischen diesen beiden Massen durch folgende *Potentiale* ausgedrückt:

nach Newton: $\frac{m \, . \, m'}{r}$

nach Weber: $\frac{m \, . \, m'}{r}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right).$

Wenn man über die Dimensionen der beiden Massen m und m' keine besondere Annahme macht, sondern dieselben, wie in der *mathematischen* Theorie allgemein üblich ist, als *Punkte* d. h. als Kraftcentra betrachtet, die sich *principiell* bis zu *jedem beliebigen* Abstande (r) einander nähern können, so dafs also z. B. principiell auch $r = o$ werden kann, so ist klar, dafs das Newton'sche Potential zu Widersprüchen mit der Erfahrung führen mufs. Dasselbe würde nämlich ausdrücken, dafs in einer *begrenzten* Menge von atomistisch constituirter Materie, z. B. in einem Cubikmillimeter Wasser, eine *unbegrenzte*, d. h. jeden beliebigen *endlichen* Werth überschreitende, Summe von potentieller Energie vorhanden seyn könne. Denn *formell* liegt in dem mathematischen Ausdruck des Newton'schen Potentiales keine Beschränkung für die Annäherung zweier in *Punkten* concentrirten trägen Massen, so dafs es für die Gröfse der durch die Wechselwirkung zweier solcher Massenpunkte geleisteten Arbeit, (indem sie sich z. B. anziehen) ganz gleichgültig wäre, ob wir uns in jenen Punkten die trägen Massen zweier Weltkörper oder diejenigen zweier Milligramme concentrirt dächten.

Trotzdem das Newton'sche Potential bei beiden Paaren von Massenpunkten in einem bestimmten Abstande, z. B. von 1 Meter, einen ungeheuren Unterschied der Arbeitsgröſse repräsentiren, welche bei einer *gleichen* Abstandsveränderung von ihnen geleistet wird, so würde doch dieser Unterschied in Bezug auf die Summe der überhaupt bei ihrer Annäherung erzeugbaren Arbeitsgröſse, die in Form von lebendiger Kraft auftritt, gänzlich verschwinden; denn auf ihrem Wege von einem *endlichen* Abstande $r = o$, würde die lebendige Kraft jener Weltkörpermassen ebenso gut wie die jener beiden Milligramme nothwendig unendlich groſs werden, d. h. ein unendlich groſses Arbeitsäquivalent repräsentiren müssen. Wie man sieht, würden solche Folgerungen mit unseren physikalischen Erfahrungen in directen Widerspruch treten, welche uns zu der Annahme zwingen, daſs in den atomistisch gruppirten Elementen eines Körpers von *endlicher* Masse und *endlichem* Raume auch nur ein *endliches* Quantum von leistungsfähiger Energie vorhanden seyn könne, welches durch Wechselwirkung dieser Elemente bei ihrer Annäherung in lebendige Kraft verwandelt werden muſs. Es würde also, wie man sieht, diese Eigenschaft des Newton'schen Potentiales jede Anwendung des Principes von der Erhaltung der Kraft auf *reale* d. h. *physische* Verhältnisse illusorisch machen.

Denn jenes Princip verlangt, daſs die Summe der verbrauchten, d. h. in lebendige Kraft verwandelten, Spannkräfte, *plus* der noch vorhandenen Summe von potentieller Energie, welche sich bei fernerer Annäherung der Körper noch in lebendige Kraft verwandeln *kann*, stets eine *constante* Gröſse sey. Diese constante Gröſse würde aber, wie gezeigt, nach dem Newton'schen Potentiale eine *unendlich groſse* seyn, d. h. eine solche, die sich durch keinen noch so groſsen *endlichen* Verlust irgendwie veränderte. Da uns nun im vorliegenden Falle diese Gröſse ein gewisses Arbeitsquantum repräsentirt, d. h. eben jene Summe von Kraft, welche nach dem von Helmholtz ausgesprochenen *Principe von der Erhaltung der Kraft*

constant seyn soll, so würde, bei Voraussetzung des Newton'schen Potentiales für die Wechselwirkung atomistisch constituirter Elemente, ein jeder beliebiger Körper, ein Milligramm ebenso gut wie unsere ganze Erde, ein Reservoir eines *unendlich grofsen*, d. h. niemals zu erschöpfenden Kraftvorrathes seyn.

Helmholtz spricht das erwähnte Princip S. 17 a. a. O. mit folgenden Worten aus:

„*Es ist also stets die Summe der vorhandenen lebendigen und Spannkräfte constant.* In dieser allgemeinsten Form können wir unser Gesetz als das *Princip von der Erhaltung der Kraft* bezeichnen."

Wie man sieht, würde der *analytische* Ausdruck des Newton'schen Potentiales mit diesem Principe *in directen Widerspruch* treten, denn bei den Veränderungen und der Constanz *physischer* und *realer* Gröfsen, haben wir es stets nur mit *endlichen* Quantitäten zu thun und nur für diese hat das oben von Helmholtz in seiner „allgemeinsten Form" ausgesprochene Princip einen Sinn, im entgegengesetzten Falle drückt es aber einen — Widersinn aus.

Da Newton sein Gesetz nur aus der Wechselwirkung von Körpern in direct *mefsbarem* Abstande empirisch abgeleitet hat, und daher ganz folgerichtig auch nur auf Körper in direct *mefsbaren* Abständen angewandt hat, so konnte der oben nachgewiesene *physikalische* Widerspruch seines Gesetzes nicht zu Tage treten und verlor auch in der That *practisch* jede Bedeutung.

Anders verhält es sich jedoch, wenn man das Newton'sche Gesetz auf die Bewegungen solcher Massen anwenden will, welche man *nicht* direct wahrnimmt und deren Entfernungen daher auch *nicht* direct meſsbar sind. Dann ist es offenbar nothwendig, daſs jene oben erörterte *physikalische* Bedingung — nämlich daſs die durch Wechselwirkung zweier Massenelemente in Form von lebendiger Kraft erzeugte Arbeitsgröſse nur eine *endliche* und von der Quantität der wirkenden Massen abhängige seyn soll — auch *analytisch* in den Ausdruck jenes Potentiales von

Newton mit aufgenommen werde. Man überzeugt sich nun leicht, daſs diese Forderung beim Weber'schen Potentiale in einfachster Weise erfüllt ist. Denn sobald die relative Geschwindigkeit v, welche sich die beiden Massen m und m' durch ihre Wechselwirkung ertheilen, den Werth c erreicht hat, welchen Weber aus elektrodynamischen Versuchen zu 59320 geograph. Meilen bestimmt hat, wird der Werth

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = o,$$

d. h. von nun an sind die beiden Massen nicht mehr im Stande, sich durch gegenseitige Einwirkung auf einander eine gröſsere Beschleunigung zu ertheilen, so daſs hierdurch die von ihnen überhaupt erzeugbare Arbeitsgröſse eine *endliche* und *nicht überschreitbare* wird. Das Weber'sche Gesetz drückt daher nur *analytisch* diejenige Bedingung aus, welche *jedes* Kraftgesetz erfüllen muſs, wenn es *physikalisch* nicht in Widerspruch mit dem von Helmholtz formulirten Ausdruck des Principes von der Erhaltung der Kraft treten soll.

Wenn man diese einfachen Betrachtungen erwägt, so macht es in der That einen merkwürdigen Eindruck, daſs das Weber'sche Gesetz gerade von diesem allgemeinen Principe aus hat Anfechtungen erleiden müssen, und zwar gerade wieder von denjenigen Männern, welchen wir sehr fruchtbare Anwendungen jenes Principes in der Physik zu verdanken haben.

Helmholtz hatte nämlich in seiner oben erwähnten Abhandlung den Irrthum begangen, die Gültigkeit seines Principes wesentlich an die Bedingung zu knüpfen, daſs die Intensität der Kräfte, welche dem Gesetze von der Erhaltung der Kraft genügen sollen, „*nur* von der Entfernung der auf einander wirkenden Punkte abhängt". Wie man aus dem obigen Potentiale des Weber'schen Gesetzes sofort sieht, ist diese Bedingung bei diesem Gesetze nicht erfüllt. Daſs aber dessen ungeachtet durch das Weber'sche Gesetz nicht „Zusammenstellungen solcher Körper

möglich seyn würden, in denen entweder in das Unendliche Kraft verloren geht, oder gewonnen wird", geht deutlich aus dem Umstande hervor, dafs Weber bereits ein Jahr nach dem Erscheinen der Helmholtz'schen Abhandlung, bei Gelegenheit eines Auszuges seiner früheren Arbeit in Poggendorff's Annalen Bd. 73, S. 229 darauf aufmerksam gemacht hat,

„dafs das Potential der Masse ε in Beziehung auf den Ort der Masse ε'

$$= \frac{\varepsilon}{R}(1 - [R])$$

sey; denn die partiellen Differentialquotienten dieses Ausdruckes nach den drei Coordinaten x, y, z geben die Componenten der nach den Richtungen der drei Coordinatenaxen zerlegten beschleunigenden Kraft [1])".

Bisher haben alle Mathematiker und Physiker die Existenz eines solchen Potentiales als Beweis dafür betrachtet, dafs ein Kraftgesetz dem Princip von der Erhaltung der Energie genüge. Dies beweist unter anderem der letzte Aufsatz von Clausius über sein neues elektrodynamisches Grundgesetz [2]). Hier bemerkt nämlich Clausius zum Beweise, dafs sein neues Gesetz dem erwähnten Principe genüge, ausdrücklich:

„Die durch diese Gleichungen bestimmte auf das Theilchen e wirkende Kraft und die ihr entsprechende auf das Theilchen e' wirkende Kraft genügen schon für sich allein dem Princip von der Erhaltung der Energie. Die während eines Zeitelementes von ihnen gethane Arbeit wird nämlich durch das folgende vollständige Differential dargestellt:

$$-d\frac{ee'}{r}(1 + kvv' \cos \varepsilon)."$$

1) In der obigen Formel ist zur Abkürzung $[R]$ für die erforderliche Function von S gesetzt.

2) Pogg. Ann. Bd. 157, S. 494.

Dieser Ausdruck, in welchem v und v' die *absoluten* Geschwindigkeiten der bewegten Theilchen e und e' darstellen und ε den Winkel, welchen die Richtungen dieser Geschwindigkeiten mit einander machen, verwandelt sich für die *relative* Bewegung, wo $\varepsilon = o$ und $+ v = - v'$ ist, in den folgenden:

$$d\,\frac{ee'}{r}(1 - kv^2).$$

Wie man sieht, ist dieser Ausdruck identisch mit dem Weber'schen Potentiale, wenn $k = \frac{1}{c^2}$ gesetzt wird.

Ebenso erklärte im Jahre 1873 Maxwell in seinem *Treatise on Electricity etc.* II, S. 432 ausdrücklich:

> „Weber's Gesetz ist daher im Einklang mit dem Principe von der Erhaltung der Kraft insofern als ein Potential existirt und das ist Alles, was für die Anwendung dieses Princips von Helmholtz und Thomson verlangt wird [1])".

Hr. Helmholtz hat nun zwar selber bald nach dem Erscheinen meines Buches „über die Natur der Cometen" in einer Gesammtsitzung der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin seinen 25 Jahre früher begangenen Irrthum verbessert, indem er wörtlich bemerkt:

> „Dagegen diesen noch complicirteren Fall, welchen das Weber'sche Gesetz aufstellt, wo die Kräfte von den Coordinaten und von den ersten und zweiten Differentialquotienten derselben nach der Zeit abhängen, hatte ich *damals* nicht berücksichtigt, und *dieser Fall ist mit einer etwas erweiterten Form des Gesetzes von der Erhaltung der Energie allerdings vereinbar*" [2]).

Leider ist jedoch diese Selbst-Berichtigung von Hrn. Helmholtz zu spät gekommen, um alle diejenigen Folgen

1) „*Weber's law is also consistent with the principle of the conservation of energy in so for that a potential exists, and this is all that is required for the application of the principle by Helmholtz and Thomson.*

2) Monatsber. d. K. Akad. d. W. zu Berlin, April 1872, S. 250.

zu verhüten, welche aus jenem Irrthum während seiner 25jährigen ungehinderten Verbreitung entsprungen sind.

So bezeichnet z. B. Hr. Tait in seinem oben citirten Werke S. 57 das Weber'sche Gesetz als die beste aller bisher zur Erklärung der elektrischen Phänomene aufgestellten Hypothesen („*the best known complete hypothesis that of Weber*"). Indessen sey diese Hypothese unzulässig, weil sie Kräfte zwischen den sich bewegenden Theilchen voraussetze, die *nicht*, wie Hr. Helmholtz 1847 verlangt hat, „*nur von der Entfernung der auf einander wirkenden Punkte abhängen*". Hr. Tait citirt nämlich a. a. O. die Helmholtz'sche Schrift mit folgenden Worten:

> „In einer bewunderungswürdigen Abhandlung von Helmholtz [1]), welcher als einer der erfolgreichsten unter den ersten Förderern der Lehre von der Energie nach begründeten Principien aufgeführt werden mufs, ist das ganze Gebäude auf Newton's Princip in Verbindung mit einem oder dem andern der beiden folgenden Postulate basirt, von welchen gezeigt ist, dafs das eine aus dem andern folgt:
>
> *a*) Die Materie besteht aus letzten Theilchen, welche auf einander Kräfte ausüben, deren Richtungen die Verbindungslinien je zweier Theilchen sind und deren Gröfsen *allein* von den Entfernungen zwischen den Theilchen abhängen.
>
> *b*) Die beharrliche Bewegung ist unmöglich [2])".

1) Ueber die Erhaltung der Kraft, Berlin 1847. *Translated in Taylor's Scientific Memoirs.* 1853.

2) *In an admirable tract by Helmholtz (who must be classed as one of the most succesful of the early promoters of the science of energy on legitimate principles), the whole subject is based upon Newton's principle, whith one or other oj the following postulates, from either of which the other is shown to follow.*

a) Matter consists of ultimate particles which exert upon each other forces whose directions are those of the lines joining each pair of particles and whose magnitudes depend solely on the distances between the particles

b) The perpetual Motion is impossible."

Wie man sieht, betrachtet hier Hr. Tait auch die *„beharrliche Bewegung“* der Körper und ihrer Elemente als einen Widerspruch gegen das Princip von der Erhaltung der Kraft, obschon eine solche *„perpetual Motion“* jenem Principe nicht nur nicht widerspricht, sondern vielmehr nach dem bekannten Beharrungsgesetz Galilei's eine *Prämisse* für die Ableitung jenes Principes ist.

Dieser Irrthum des Hrn. Tait, der für ihn natürlich auch die Annahme *perpetuirlicher* Molecularströme unmöglich macht, entspringt einfach daher, daſs Hr. Helmholtz in seiner Schrift auch das *„perpetuum mobile“*, welches nicht nur sich selbst in Bewegung erhielte, sondern auch noch im Stande wäre, *nach auſsen Kraft abzugeben*, als einen Widerspruch mit dem Principe von der Erhaltung der Energie hingestellt hat. Indem Hr. Tait diese ausdrückliche Begriffsbestimmung eines *perpetuum mobile* in der Helmholtz'schen Schrift gänzlich übersieht und daher die ihm unbekannte lateinische Bezeichnung durch *„perpetual motion“* übersetzt, gelangt er zu demjenigen Argumente, welches er *einzig* und *allein* gegen das Weber'sche Gesetz mit Bezug auf die obigen Sätze der Helmholtz'schen Schrift anzuführen weiſs. Die Worte, in denen diese Schluſsreihe des Hrn. Tait enthalten ist, lauten (S. 57) wie folgt:

> „Die beste bekannte vollständige Hypothese (diejenige von Weber), nach welcher die Wechselwirkungen elektrischer Ströme bis jetzt erklärt worden sind, verlangt die Zulassung von wechselseitigen Kräften zwischen den sich bewegenden Quantitäten von Elektricität, welche *nicht* verträglich mit (*a*) sind, und durch welche deshalb die beharrliche Bewegung zu erlangen ist [1])“.

1) *The best known complete hypothesis (that of Weber) on which the mutual actions of electric currents have yet been explained, requires the admission of mutual forces between moving quantities of electricity, which are not consistent with (a), and from which therefore the perpetual motion might be obtained.*

Auf Grund dieser Irrthümer, deren Quelle, wie gezeigt, in der von Helmholtz im Jahre 1847 publicirten Schrift „über die Erhaltung der Kraft" liegt, hielten sich nun Hr. Tait und Sir William Thomson in ihrem gemeinschaftlich herausgegebenen und von Hrn. Helmholtz ins Deutsche übersetzten „Lehrbuch der theoretischen Physik", für berechtigt, das Weber'sche Gesetz als ein dem „Princípe von der Erhaltung der Energie" widersprechendes Gesetz zu bezeichnen, welches in die Kategorie „zwar gefährlicher aber interessanter und oft sehr eleganter Speculationen" gehöre.

Da diese Behauptung von jenen Physikern indessen nicht im Bereiche der nur für ihre Fachgenossen bestimmten Literatur ausgesprochen worden ist, wo dergleichen Irrthümer sich ohne irgend welche Polemik geräuschlos von selbst richten, sondern in einem Lehrbuche für *Lernende* und *angehende* Physiker, so hielt ich mich im Interesse dieser heranwachsenden Generation von Naturforschern für verpflichtet, diese Irrthümer nachdrücklich zu berichtigen.

Hr. Helmholtz versucht die englischen Physiker gegen meine Bemerkungen in der Vorrede zum 2. Theil jener Uebersetzung (1874) zu vertheidigen, indem er bemerkt: (S. VIII.)

> „Unter den Gründen, welche Hr. W. Thomson für die Unzulässigkeit der Weber'schen Hypothese anführt, ist auch der, daſs sie dem Gesetz von der Erhaltung der Kraft widerspreche. Dieselbe Behauptung war auch ich genöthigt, etwas später in einer im Jahre 1870 veröffentlichen Arbeit aufzustellen."

Diese „Behauptung" von 1870 ist jedoch durch die bereits oben erwähnte spätere Erklärung Maxwell's von 1873 widerlegt und ein gleiches gilt von einer noch späteren Behauptung, zu welcher Hr. Helmholtz dadurch gelangt, daſs er das Product

$$\frac{1}{2}\left(\mu - \frac{1}{c^2}\frac{ee'}{r}\cos\vartheta'\right)q^2$$

worin μ eine mit der Geschwindigkeit q *bewegte* träge Masse darstellt, als die *lebendige Kraft* einer mit der Geschwindigkeit q *bewegten Masse* behandelt und hierdurch „als Folge des Weber'schen Gesetzes" findet „dafs in gewissen Fällen bei fortwärts treibender Kraft der Punkt μ rückwärts beschleunigt werde und umgekehrt." (Borchardt's Journ. Bd. 75, S. 47 und Berichte d. Berl. Acad. 1872. April 18. S. 253.)

Da man jedoch in der analytischen Mechanik ebenso wie in jeder anderen Wissenschaft nothwendig zu Widersprüchen gelangen mufs, wenn man mit *gleichen* Worten *verschiedene* Begriffe bezeichnet, so darf auch der oben von Hrn. Helmholtz „als Folge des Weber'schen Gesetzes" gefundene Widerspruch nicht überraschen. Denn der Begriff der lebendigen Kraft ist ganz bestimmt durch das Product einer *bewegten* trägen Masse in das halbe Quadrat derjenigen Geschwindigkeit q definirt, welche *diese bewegte Masse* μ selber besitzt. Noch unbegreiflicher ist es aber, dafs nun Hr. Helmholtz jenen „die Masse vertretenden Factor" gegen eine gewöhnliche träge Masse *„stofsen"* läfst, und es für möglich hält, dafs durch einen solchen *Zusammenstofs eines Factors mit einer Masse* Bewegungen der letzteren entstehen können, welche nach den Gesetzen des Zusammenstofses zweier *gewöhnlichen* Massen bestimmbar seyn sollen. Dafs diese Unbegreiflichkeiten der Helmholtz'schen Schlufsreihen nicht nur für mich existiren, mögen die folgenden Worte W. Weber's in seiner letzten Abhandlung (Pogg. Ann. Bd. 156, S. 26, October 1875.) beweisen:

„Ebenso wenig begreife ich, wie jene Gröfse, die eine Masse nur *vertrete* oder *gleichsam* eine Masse sey, auf eine andere wirklich vorhandene Masse *stofsen* könne, und wie die Bewegungen derselben *nach dem Zusammenstofse* aus den Gesetzen bestimmt werden können, welche gelten

würden, wenn es sich um *wirklich vorhandene mit der Geschwindigkeit q bewegte Massen handelte.*"

Indessen fühle ich mich Hrn. Helmholtz zu aufrichtigem Danke verpflichtet, dafs er in seiner Vorrede zum 2. Theile des erwähnten Werkes in rückhaltloser Weise meine Voraussetzung über den Leserkreis desselben bestätigt hat. Denn nur unter dieser Voraussetzung hielt ich mich für berechtigt, durch „den Ton sittlicher Entrüstung" zur Beseitigung eines 25jährigen Irrthums meinem Angriffe auf die Autoren und Uebersetzer jenes Werkes den erforderlichen Nachdruck zu verleihen. Hr. Helmholtz beginnt nämlich seine Vorrede a. a. O. mit folgender Erklärung:

„Wäre das vorliegende Handbuch nur für reif ausgebildete Sachverständige bestimmt; so hätte der Zöllner'sche Angriff unbeantwortet bleiben können. Es ist aber auch *wesentlich für Lernende* berechnet, und da *jüngere Leser* durch die überaus grofse Zuversichtlichkeit und den Ton sittlicher Entrüstung, in welchem unser Kritiker seine Meinungen vorzutragen sich berechtigt glaubt, vielleicht irre gemacht werden könnten, halte ich es für nützlich die gegen die beiden englischen Autoren gerichteten sachlichen Einwendungen so weit zu beantworten, als nöthig ist, damit der Leser sich durch eigene Ueberlegung zurecht zu finden wisse." (S. V und VI.)

VII. *Notizen zur Geschichte des Radiometers; von Dr. G. Berthold in Ronsdorf.*

Vor einiger Zeit stiefs ich auf eine Arbeit von Mairan, *Éclaircissemens sur le traité physique et historique de l'aurore boréale*, in den *Mémoires de l'Académie royale des scien-*

ces à Paris, *Année* 1747 *p.* 363 bis 435, welche im neunten Capitel mit der Ueberschrift *Sur l'impulsion des rayons Solaires* die Beschreibung einer Lichtmühle enthält — eine Notiz, welche wieder aufzufrischen bei dem Aufsehen, welches die Lichtmühle von Crookes erregt hat, jetzt wohl an der Zeit wäre. Weitere Nachforschungen ergaben mir, dafs sich diese Notiz allerdings bereits in Fischer's Geschichte der Physik, Göttingen 1803, Bd. IV, S. 458 usw. findet, aber wohl ebenso unbeachtet geblieben ist, wie die von Hrn. P. du Bois-Reymond wieder aufgefundenen Gastheorie Dan. Bernoulli's [1]), welche sich auch bereits bei Fischer a. a. O. S. 62 findet. Mir sind leider die Originalarbeiten von Crookes nicht bekannt; ich weifs nicht einmal, wo sie publicirt sind, und kann daher auch nicht angeben, durch welche Idee geleitet er auf seine Versuche gekommen ist, noch auch, ob ihm die älteren Arbeiten bekannt waren. In der *Histoire de l'Académie* v. J. 1747 findet sich p. 40 eine kurze Notiz über Mairan's Versuche, und in den *Mémoires de mathématique et de physique* v. J. 1747 findet sich die Originalarbeit. Mairan giebt an, er sey zu diesen Versuchen geleitet durch die Theorie Euler's über die Cometen, welcher die Stellung der Cometenschweife der Impulsion der Sonnenstrahlen zugeschrieben habe. Nachdem Mairan l. c. *p.* 425 die Beobachtungen von Hartsoeker v. J. 1696 und von Homberg v. J. 1708 angeführt, denen zu Folge eine Uhrfeder sich bewegte, wenn sie dem Brennpunkte eines Brennspiegels ausgesetzt wurde, und diese Erscheinungen auf die durch die Wärme bewirkten Luftströmungen zurückgeführt hat, bemerkt er p. 427, er habe eine Boussole der Wirkung einer Brennlinse ausgesetzt, ohne etwas anderes als ein zweifelhaftes Erzittern zu bemerken. Er fährt dann fort (p. 428): „*Nous construisimes, M. du Fay et moi, une espèce de moulinet de cuivre, très-mobile; nous y fimes tomber le foyer d'une*

1) Diese Annalen 1859, Bd. CVII, S. 490.

loupe de 7 à 8 pouces de diamètre, et nous n'en retirâmes que la même incertitude. Je me suis procuré depuis une semblable machine plus légère, et plus artistement suspendue. C'est une roue horizontale de fer d'environ 3 pouces de diamètre, ayant 6 rayons, à l'éxtremité de chacun desquels est une petite aîle oblique, et dont l'axe, qui est aussi de fer, ne tient par sa pointe supérieure, qu'au bout d'une baguette de fer aimanté. La roue et cet axe ne pèsent guère en tout que 30 grains. Rien de plus mobile que cette roue; mais en même temps rien de moins certain que l'induction qu'on en voudroit tirer, en faveur de l'impulsion des rayons. La machine tourne tantôt d'un coté, tantôt de l'autre, selon qu'on approche plus ou moins une de ses aîles du foyer, en deçà, ou au delà. Il faudroit en conclure que les rayons lumineux attirent et repoussent en divers points du cone qui en est formé par la loupe, mais l'explosion d'une masse d'air subitement et inégalement échauffé autour de l'aîle où l'on applique le foyer, me paroît donner une raison suffisante de ces effets.

L'obstacle perpétuel de cet air me conduisoit naturellement à faire une de ces expériences dans le vuide: mais j'avoue, q'après avoir un peu réfléchi sur ce qui pouvoit en résulter, je n'ai pas cru devoir m'en donner la peine." Die Gründe, welche Mairan leider abhielten seine Experimente im luftleeren Raume zu wiederholen, waren 1) die Schwierigkeit, einen luftleeren passenden Raum herzustellen; 2) die Vorstellung, dafs es aufser der atmosphärischen Luft noch eine andere feinere Luft oder ein Fluidum gebe, welches durch das Glas dringe und das Experiment zweifelhaft mache; 3) weil durch die Einwirkung der Brennlinse von dem Körper im Vacuum Dämpfe aufstiegen, deren Impulsion den beweglichen Körper in Bewegung setzen würde.

Fischer a. a. O. S. 460 führt eine weitere Beobachtung von Michell an, welche sich in Priestley's Geschichte der Optik, d. v. Klügel, S. 228, befindet. Dar-

nach wurde eine 10 Zoll lange Claviersaite, welche an einem Ende ein quadratzollgrofses kupfernes Plättchen, am anderen ein Schrotkorn als Gegengewicht trug[1]), in der Mitte vermittelst eines achatenen Hütchens in einem Kasten, dessen Deckel und Vorderseite von Glas war, vertical aufgestellt. „Bei dem Versuche selbst ward der Kasten so gestellt, dafs eine Linie, von der Sonne gezogen, senkrecht auf die Länge desselben war; und das Instrument ward mit eben dieser Länge parallel, vermittelst des magnetischen Stückes von einer Nadel und eines von aufsen gehörig angebrachten Magnets gerichtet. Dieser Magnet erhielt es, aber mit einer gar kleinen Kraft, in jeder Lage. Nun liefs man die Sonnenstrahlen von einem Hohlspiegel, der etwa zwei Fufs breit war, auf die kupferne Platte, durch das Glas auf der Vorderseite des Kastens, fallen, so dafs sie auf der Platte sich vereinigten. Die Folge war, dafs die kupferne Platte sich langsam, etwa um einen Zoll in einer Secunde, fortbewegte, bis sie etwa 2¼ Zoll zurückgelegt hatte, da sie an das hintere Brett des Kastens anstiefs. Wie der Spiegel weggenommen ward, begab sich das Instrument, vermittelst der kleinen Nadel und des Magnets, wieder in seine vorige Lage. Dieser Versuch ward einigemal, immer mit demselben Erfolge, wiederholt. Es ward auch das Instrument so gestellt, dafs Rechts und Links verwechselt wurde; und auch in dieser Lage fiel der Versuch einigemal auf dieselbe Art aus. Endlich aber ward die Platte durch die starke Hitze gebogen und kam halb über, halb unter der Saite zu liegen. In dieser Lage ward sie, gleich einem Windmühlenflügel, von dem erhitzten Luftstrome, der sich in die Höhe bewegte, gegen den Stofs der Lichtstrahlen angetrieben.“ Weil er in seinem Hause selbst keinen Brennspiegel hatte, so setzte er den Versuch nicht weiter fort. Inzwischen, bemerkt Priestley, „scheint es keinen

1) Das ganze Instrument wog zehn Gran.

Zweifel zu haben, dafs man nicht jene Bewegung dem Stoſse der Lichtstrahlen zuschreiben müsse."

Später wiederholte Bennet dieses Experiment mit einem feineren Apparat und im luftverdünnten Raume, ohne jedoch einen Erfolg zu erzielen. (Vergl. *Phil. trans.* 1792, p. 87.)

VIII. *Bericht betreffend Versuche über die elektromagnetische Wirkung elektrischer Convection, ausgeführt von Hrn. Henry A. Rowland der J. Hopkins' Universität in Baltimore; von H. Helmholtz.*

(Aus den Bericht. d. Akad. März 1876.)

Ich verstehe unter elektrischer Convection die Fortführung von Elektricität durch Bewegung ihrer ponderablen Träger. Ich habe in meinen letzten Arbeiten über die Theorie der Elektrodynamik[1]) schon Versuche vorgeschlagen, die dann von Hrn N. Schiller ausgeführt worden sind, bei denen die Frage in Betracht kam, ob elektrische Convection elektrodynamisch gleichwerthig sey der Strömung der Elektricität in einem Leiter, wie das die Theorie von Hrn. W. Weber annimmt. Die gedachten Versuche hätten möglicher Weise eine Entscheidung gegen die Existenz einer solchen Wirkung geben können; das thaten sie nicht, aber durch dieses negative Resultat wurde die Existenz der fraglichen Wirkung andererseits auch noch nicht erwiesen. Hr. Rowland hat nun eine Reihe directer Versuche im physikalischen Laboratorium der hiesigen Universität ausgeführt, welche den positiven Beweis geben, dafs auch die Bewegung elektrisirter ponderabler Körper

1) Monatsber. d. Akad. vom 17. Juni 1875, S. 425. (Annal. Bd. 158, S. 94.)

elektromagnetisch wirksam ist. Ich bemerke dabei, daſs derselbe den Plan für seine Versuche schon gefaſst und vollständig überlegt hatte, als er in Berlin ankam, ohne vorausgehende Einwirkung von meiner Seite.

Der bewegte Träger der Elektricität war eine Scheibe von Ebonit, 21,1 Cm. im Durchmesser und ein halbes Centimeter dick. Dieselbe konnte mit groſser Geschwindigkeit (bis zu 61 Mal in der Secunde) um eine in ihrer Mitte befestigte verticale Axe laufen. Die Ebonitscheibe war auf beiden Seiten vergoldet, die Vergoldung aber von der Axe isolirt. Nahe oberhalb und unterhalb derselben lagen Glasscheiben 38,9 Ctm. im Durchmesser, in der Mitte durchbohrt, um die Axe der Ebonitscheibe durchzulassen. Die Glasscheiben waren ebenfalls in einem ringförmigen Streifen (24 Ctm. äuſserer, 8,9 Ctm. innerer Durchmesser) vergoldet. Meist war die vergoldete Seite der Ebonitscheibe zugekehrt. Die vergoldeten Flächen der Glasscheiben waren in der Regel zur Erde abgeleitet, während die Ebonitscheibe zwischen ihnen durch eine Spitze, die $\frac{1}{3}$ Millimeter von ihrem Rande entfernt ihr zugekehrt war, mit einer den Belegungen einer groſsen isolirten Leydener Batterie, die als Vorrathskammer für die Elektricität diente, elektrisch communicirte. Ein dazwischen geschalteter Commutator besonderer Construction erlaubte bald die eine, bald die andere Belegung entweder mit der Ebonitscheibe oder mit der Erde zu verbinden. Alles Eisen war in der Construction dieser Theile vermieden.

Dicht über der oberen Glasscheibe war eine höchst empfindliche astatische Nadel an einem in der Wand befestigten Arme aufgehängt, ganz eingeschlossen von einem zur Erde abgeleiteten Messinggehäuse. Die beiden Nadeln waren 1,5 Ctm. lang, aber weit (17,98 Ctm.) von einander entfernt. Ihre Ablenkungen wurden durch Spiegel und Fernrohr abgelesen. Die Oeffnung vor dem Spiegel war durch einen metallischen Hohlkegel gegen äuſsere elektrische Einflüsse geschützt. In der That lieſs die elektrische Ladung der groſsen Batterie und die Umkehr der

Elektrisirung der Ebonitscheibe keine Spur von Einwirkung auf die Nadel erkennen, so lange die Ebonitscheibe still stand.

Dagegen zeigte sich bei schneller Rotation auch ohne Elektrisirung die Wirkung von Rotationsmagnetismus, welcher gröſstentheils von der Messingaxe der rotirenden Scheibe herrührte, und durch Abdrehen derselben auf 0,9 Ctm. Dicke erheblich vermindert wurde. Die Wirkung der Elektrisirung der Scheibe lieſs ich von der des Rotationsmagnetismus dadurch trennen, daſs man mittelst des erwähnten Commutators positive und negative Elektrisirung wechseln lieſs, während die Rotationsgeschwindigkeit unverändert erhalten wurde. Die Verrückung der Gleichgewichtslage der Nadel betrug 5 bis 7½ Scalentheile, ihr Schwingungsbogen beim Wechsel der Elektrisirung also 10 bis 15 Theile. Dieser Erfolg trat in Hunderten von Beobachtungen, die mit allmählich immer mehr verbessertem Apparate im Verlaufe mehrer Wochen angestellt wurden, immer wieder in demselben Sinne ein. Der Sinn der Ablenkung der Nadel, deren Länge normal zum Radius der Scheibe stand, war immer ein solcher, wie ihn ein mit der Rotation der positiv geladenen Scheibe oder gegen die Rotation der negativ geladenen Scheibe flieſsender positiver elektrischer Strom hervorgebracht haben würde.

An der Wirkung wurde nichts geändert als die Vergoldung der Ebonitplatte in einer Reihe radialer Linien fortgenommen wurde, so daſs ringförmige elektrische Ströme nicht mehr zu Stande kommen konnten. Auch wurde statt der vergoldeten Ebonitplatte eine dünne Glasplatte eingesetzt, die wie die Scheibe einer Holtz'schen Maschine durch Spitzen elektrisirt werden konnte, während nur eine vergoldete ruhende Platte, zur Erde abgeleitet, um möglichst viel Elektricität zu binden, sich dicht unter ihr befand. Der Sinn der Ablenkungen war derselbe wie bei den früheren Versuchen; sie waren aber kleiner, da die Bedingungen für starke Elektrisirung nicht so günstig waren.

Um die Wirkung der durch Convection fortgeführten Elektricität mit der in Leitern strömenden zu vergleichen, wurden Versuche in folgender Weise angestellt.

Die Ebonitscheibe wurde neu vergoldet und der Goldüberzug durch eine Reihe feiner kreisförmiger Linien in Ringe getheilt, die von einander isolirt waren. Der innerste Goldring war mit der Axe verbunden; die übrigen konnten sich wenigstens nicht erheblich laden, ohne sich durch sehr kurze Funken gegenseitig zu entladen. Zwei elektrisirte Platten, von der Form je eines Kreissectors, der aber nicht bis zur Axe reichte, wurden oben und unten der rotirenden Platte gegenübergestellt. Unter diesen Umständen mufste sich in dem von den letztgenannten Platten bedeckten Sector der Goldringe Elektricität durch elektrostatische Induction anhäufen und convectiv fortgeführt werden. Wenn dies positive Elektricität war, wurde dieselbe frei an dem in Richtung der Rotation vorderen Rande des inducirten Sectors, während am hintern Rande desselben fortdauernd neue positive Elektricität gebunden, beziehlich negative Elektricität frei wurde.

Unter diesen Umständen mufste die positive Elektricität vom vordern bis zum hintern Rande des Sectors überströmen, wozu ihr in jedem Ringe zwei Wege offen standen, zwischen denen sie sich nach dem umgekehrten Verhältnifs ihres Widerstandes theilen mufste. Umfafst der inducirende Sector $\frac{1}{n}$ des Kreisumfangs, so verhalten sich die Widerstände der im Sector und aufserhalb desselben liegenden Wege wie $1 : n - 1$, und es gehen deshalb $\frac{n-1}{n}$ des Stromes durch den Sector und $\frac{1}{n}$ aufserhalb desselben zurück. Durch Convection wird im Sector dem Strom entgegen ein der Summe beider Ströme entsprechendes Quantum fortgeführt. Wirkt also convective Bewegung der Elektricität wie geleitete, so ist auch im Sector die Gesammtbewegung:

$$1 - \frac{n-1}{n} = \frac{1}{n}.$$

Wirkte dagegen convective Bewegung mehr oder weniger als geleitete, so würde dieser Ueberschufs sich in einem oder dem anderen Sinne an dem Sector zeigen müssen.

Die Versuche zeigten, dafs wenn der Sector klein ist ($\frac{1}{8}$ des Umfangs), die kleine Differenz zwischen der Convection 1 und der Leitung $\frac{7}{8}$ überhaupt nicht oder wenigstens nicht sicher mehr beobachtet werden konnte, dafs also bei naher Gleichheit der Convection und Conduction, auch der elektrodynamische Effect der einen den der andern merklich aufhob.

Wenn dagegen der Sector die Hälfte des Umfangs einnahm, konnte die hier vorausgesetzte Strömung auch in dem freien Theile der Scheibe beobachtet werden. Für eine sichere Messung war der Betrag aber zu klein.

Bei der Kleinheit der beobachteten elektrodynamischen Wirkung in den früheren Versuchen, wo die Scheibe elektrisirt und in ganzer Ausdehnung von den inducirten Platten gedeckt war, liefs die theoretische Berechnung der Gröfse der Wirkung aus den bekannten absoluten Werthen der elektrodynamischen Constanten nur angenähert übereinstimmende Werthe erwarten. Doch wurde dieselbe von Hrn. Rowland durchgeführt.

Das Verhältnifs, in welchem die Wirkung des Erdmagnetismus auf das astatische Nadelpaar vermindert war, wurde ermittelt, indem man erst die Schwingungsdauer bei gleichgerichteten Nadeln und dann bei astatisch gestellten ermittelte.

Der Werth der elektrischen Potentialfunction in der Leydener Batterie und an der rotirenden Scheibe wurde nach dem von Sir W. Thomson gegebenen Gesetze der Funkenlänge bestimmt, was in diesem Falle ausreichend genau erschien. Vor und nach jedem Versuche wurde eine kleinere Flasche aus der Batterie von neun grofsen Flaschen, die den Elektricitätsvorrath enthielt, geladen und an jener Funkenlänge bestimmt.

Die Geschwindigkeit der Rotation wurde nach der Stellung der Kugeln eines Centrifugalregulators geregelt, der

an einer der langsamer rotirenden Axen angebracht war. Die Berechnung nach der Gröſse der Rollen stimmte gut überein mit der Bestimmung durch den Ton einer Sirenenscheibe, die zeitweilig an der schnellsten Axe angebracht wurde.

Bei der Berechnung der Elektricitätsvertheilung auf der Scheibe und der elektromagnetischen Richtkraft wurde der am Rande der Scheibe befindliche Ueberschuſs der Ladung nach dem für unendlich dünne Scheibe geltenden Werthe berechnet und als ein unendlich dünner Faden am Rande concentrirt gedacht, was beides allerdings nur annähernd richtig war, aber bei der Kleinheit dieses Theiles genügte.

Die Einwirkung auf die obere Nadel war ungefähr $\frac{1}{50}$ von der auf die untere.

Die horizontale Kraft des Erdmagnetismus wurde gleich 0,182 gesetzt, indem Centimeter, Gramm und Secunde als Einheiten gebraucht werden; die elektrodynamische Constante ist von Hrn. Rowland nach Maxwell's Bestimmungen gleich 28800 Millionen gesetzt. W. Weber's Werth würde 31075 Millionen seyn. Ich gebe unten unter *M* die mit dem ersteren Werth, unter *W* die mit dem letzteren berechneten Resultate an.

Ich gebe hier nur das Resultat der Berechnung von drei unter günstigen Umständen ausgeführten Versuchsreihen an:

1) Zehn Versuche mit abwechselnd entgegengesetzter Rotation, bei jedem drei Ablesungen, deren mittlere bei entgegengesetzter Elektrisirung der Scheibe gemacht wird, als die erste und die dritte.

Mittlerer Unterschied der Gleichgewichtslage in Scalentheilen		6,735
Funkenlänge		0,2845
Elektrodynamische Kraft auf das astatische Paar wirkend, beobachtet		0,00000327
	berechnet *M*	0,00000337
	berechnet *W*	0,00000311

2) Vier Versuche ebenso

Unterschied der Stellung		7,50
Funkenlänge		0,2955
Elektr. Kraft beobachtet		0,00000317
berechnet	*M*	0,00000349
berechnet	*W*	0,00000322

3) Fünf Versuche ebenso

Unterschied der Stellung		7,60
Funkenlänge		0,2926
Elektr. Kraft beobachtet		0,00000339
berechnet	*M*	0,00000355
berechnet	*W*	0,00000328

Die Uebereinstimmung darf als genügend angesehen werden bei der Messung einer Kraft, die nur $\frac{1}{50000}$ von der Kraft des Erdmagnetismus beträgt, da in zwei dieser Versuchsreihen die beobachteten Werthe zwischen die den verschiedenen gemessenen Werthen der Weber'schen Constante entsprechenden hineinfallen.

Was die Bedeutung dieser Versuche für die Theorie der Elektrodynamik betrifft, so entsprechen sie den Voraussetzungen der Theorie von Hrn. W. Weber, aber sie lassen sich auch aus der Maxwell'schen oder aus der die dielektrische Polarisation der Isolatoren berücksichtigenden Potentialtheorie herleiten. Die Volumelemente der zwischen der bewegten und den ruhenden Platten liegenden Luftschicht erleiden fortdauernd Schiebungen im Sinne einer Rotation um radial gerichtete Drehungsaxen. Die bestehende dielektrische Polarisation derselben wird sich in jedem materiellen Elemente also fortdauernd ändern, während sie im Raume dieselbe Richtung normal zur Fläche der elektrisirten Scheiben behält. Die entstehenden und vergehenden Componenten dieser Polarisation würden den Strom constituiren, der durch das astatische Nadelpaar angezeigt wird.

IX. *Gallium ein neues Metall.*

(Zusammengezogen aus den *Compt. rend. T. LXXXI* (1875) *p.* 493 und 1100, *T. LXXXII* (1876) *p.* 1036 und 1098.)

Mit dem Namen Gallium bezeichnet Hr. Lecoq de Boisbaudran ein Metall, welches er i. J. 1875 (am 27. Aug. zwischen 3 und 4 Uhr Abends) entdeckt hat, zunächst in der Blende von Pierrefitte (im Thale Argelès in den Pyrenäen), später auch in Blenden von andern Fundorten, besonders in der schwarzen von Bensberg (Altenberg) und in der gelben durchscheinenden von Asturien.

Als beste Darstellungsweise giebt er folgende an. Man löst die Blende in Königswasser, stellt Zinklamellen in die Flüssigkeit und zieht dieselben heraus, sobald die Wasserstoff-Entwicklung sich verlangsamt, aber *noch merklich* ist. Auf diese Weise wird der gröfsere Theil von Cu, Pb, Cd, Ir, Tl, Ag, Hg, Se, As usw. abgeschieden. Nun fügt man der klaren Flüssigkeit einen grofsen Ueberschufs von Zink hinzu und kocht mehre Stunden lang; es bildet sich ein reichlicher gelatinöser Niederschlag, hauptsächlich Thonerde, basische Zinksalze und endlich das Gallium enthaltend. Diesen Niederschlag löst man wieder in H Cl und behandelt die Flüssigkeit abermals siedend mit Zink. Alles in der Blende enthaltene Gallium ist somit in einem Producte von geringem Volum concentrirt.

Den letzten gelatinösen Niederschlag läfst man in H Cl, fügt essigsaures Ammoniak hinzu und leitet $H^2 S$ hindurch. Diese Operation wird wiederholt, um alle Thonerde zu entfernen. Die chlorwasserstoffsaure Lösung der weifsen Sulfüre wird mit kohlensaurem Natron gefällt, und zwar bruchweise; das Gallium concentrirt sich in den ersten Niederschlägen; das Spectroskop zeigt an, wenn man damit einhalten mufs.

Um die Abscheidung des Zinks zu vollenden, läfst man das Galliumoxyd in Schwefelsäure (nicht in Chlor-

wassersäure, was für die Elektrolyse schädlich ist) und übersättigt nun mit Ammoniak. Es bleibt viel Gallium in der amoniakalischen Lösung, aus welcher man es entfernt: 1) durch Kochen, um das freie Ammoniak zu verjagen, 2) durch Zerstören der Ammoniaksalze mittelst Königswasser und 3) durch bruchweise Fällung mit $Na^2O.CO^2$.

Das reine, durch NH^3 gefällte Galliumoxyd wird in Kali gelöst und elektrolysirt; das Gallium schlägt sich auf die negative Platinplatte nieder. Die positive Elektrode, ebenfalls Platin, muſs gröſser seyn als die negative. Fünf bis sechs Bunsen reichen hin zur Elektrolyse von 20 bis 30 Kubikcentim. concentrirter Flüssigkeit. Stellt man die negative Elektrode in kaltes Wasser, läſst sich das Gallium leicht ablösen.

Das Gallium ist von weiſser Farbe. Es schmiltzt bei 29°,5 C.; einmal geschmolzen, bleibt es auch bei niederen Temperaturen flüssig. Es hat die Dichte 4,7 bei 15° C. gegen Wasser von derselben Temperatur. Es ist hart, läſst sich schneiden und ist im gewissen Grade schmiedbar. In der Kälte wird es nicht von Salpetersäure angegriffen, in der Hitze aber gelöst. Das etwas concentrirte Chlorgallium giebt ein glänzendes Spectrum, in welchem die Linie 417 heller ist als die 404.

X. *Vorlesungsversuch; von Max Rosenfeld, Reallehrer in Teschen.*

Der in diesen Annalen (Bd. CLVII, S. 494) beschriebene Vorlesungsversuch, läſst sich auch auf ein Gemenge von Chlor und Wasserstoff ausdehnen: Man verwendet hierzu eine Kugelpipette, deren beide Schenkel gleich groſs und etwa 13 Cm. lang sind; der innere Durchmesser der Röhre beträgt 8 Mm und der der Kugel 3 Cm.

Die Pipette wird an der Spitze mit einem kleinen Stücke Kautschukschlauch verschlossen, das an einem Ende mit einem Lackpfropfen versehen ist, und sodann mit einer gesättigten Kochsalzlösung gefüllt.

Die so vorbereitete Pipette wird nun im zerstreuten Tageslicht über einer gesättigten Kochsalzlösung bis zur Hälfte der Kugel mit Chlor gefüllt, das man in kleinen Blasen aufsteigen läfst; die andere Hälfte füllt man mit Wasserstoff.

Man verschliefst jetzt mit dem Daumen die Oeffnung und befördert durch Schwenken die innige Mengung beider Gase.

Nach einer Minute etwa (nicht früher) bringt man die Gase zur Explosion. Man verfährt dabei folgendermafsen: Die Pipette wird im zerstreuten Lichte vertical, mit dem durch den Daumen verschlossenen weiteren Ende nach oben, empor gehalten und der Finger entfernt. Bringt man nun rasch die Pipette in dieser Stellung in Sonnen- oder Magnesiumlicht, so erfolgt die Vereinigung der Gase mit ziemlich heftiger Explosion, ohne dafs die Pipette irgend welchen Schaden erleidet.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.